Λύσεις για 5ο Κριτήριο 25-26
Μαθηματικά Προσανατολισμού Γ' Λυκείου

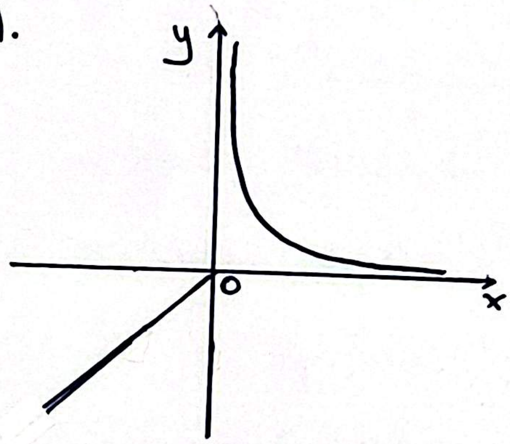
ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό Βιβλίο σελ. 186

Α2. Σχολικό Βιβλίο σελ. 76

Α3. Σχολικό Βιβλίο σελ. 214

Α4.



Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x)=\begin{cases} x & , x\le 0 \\ \frac{1}{x} & , x>0 \end{cases}$$

Η f είναι 1-1, αλλά δεν είναι γνησίως μονότονη.

Α5. α) Λάθος

β) Σωστό

γ) Σωστό

δ) Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1. Η $C_{g'}$ είναι ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $A(-2,0)$ και $B(0,4)$, άρα $\lambda_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4-0}{0-(-2)} = \frac{4}{2} = 2$

Η ευθεία AB έχει εξίσωση: $y - y_A = \lambda_{AB}(x - x_A) \Leftrightarrow$
$y = 2(x+2) \Leftrightarrow y = 2x+4$

Άρα $g'(x) = 2x+4,\ x \in \mathbb{R}$

Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = 2x+4 \Leftrightarrow g'(x) = (x^2+4x)'$, άρα από Συνέπειες Θ.Μ.Τ. υπάρχει $c \in \mathbb{R}$, ώστε

$$g(x) = x^2 + 4x + c,\ x \in \mathbb{R}$$

Για $x=0$, $g(0) = c \Leftrightarrow c = 8$.

Επομένως $g(x) = x^2 + 4x + 8,\ x \in \mathbb{R}$

Β2. Η f ορίζεται για $x \in \mathbb{R}$ ώστε $g'(x) \neq 0 \Leftrightarrow 2x+4 \neq 0$
$\Leftrightarrow x \neq -2$ άρα $D_f = \mathbb{R} - \{-2\}$ και είναι $f(x) = \frac{x^2+4x+8}{2x+4}$

Η f είναι παραγωγίσιμη ως ρητή με

$$f'(x) = \frac{(2x+4)\cdot(2x+4) - (x^2+4x+8)\cdot 2}{(2x+4)^2} = \frac{4x^2+16x+16-2x^2-8x-16}{(2x+4)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2+8x}{(2x+4)^2} = \frac{2x(x+4)}{(2x+4)^2}$$

Για κάθε $x \neq -2$, ισχύει $(2x+4)^2 > 0$, άρα το πρόσημο της f' εξαρτάται από το πρόσημο του αριθμητή.

Για $x \neq -2$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow 2x(x+4)=0 \Leftrightarrow x=0$ ή $x=-4$

$f'(x)>0 \Leftrightarrow 2x(x+4)>0 \Leftrightarrow x \in (-\infty,-4)\cup(0,+\infty)$

$f'(x)<0 \Leftrightarrow 2x(x+4)<0 \Leftrightarrow x \in (-4,-2)\cup(-2,0)$

κι επειδή f συνεχής στο -4 και στο 0, έχουμε:

f γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty,-4]$ και $[0,+\infty)$

f γνησίως φθίνουσα στα διαστήματα $[-4,-2)$ και $(-2,0]$

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
f		$\nearrow$	T.M	$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$	T.E	$\nearrow$	

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στη θέση $x_1=-4$, το $f(-4)=-2$ και τοπικό ελάχιστο στη θέση $x_2=0$ το $f(0)=2$.

B3. Η f' είναι παραγωγίσιμη ως ρητή με:

$$f''(x)=\frac{(4x+8)(2x+4)^2-2(2x+4)\cdot 2\cdot(2x^2+8x)}{(2x+4)^4}$$

$$f''(x)=\frac{(4x+8)(2x+4)-4(2x^2+8x)}{(2x+4)^3}=\frac{8x^2+32x+32-8x^2-32x}{(2x+4)^3}$$

$$f''(x)=\frac{32}{(2x+4)^3}=\frac{4}{(x+2)^3}, \quad x\neq -2$$

Για $x \neq -2$,

- $f''(x)>0 \Leftrightarrow x\in(-2,+\infty)$ άρα f κυρτή στο $(-2,+\infty)$
- $f''(x)<0 \Leftrightarrow x\in(-\infty,-2)$ άρα f κοίλη στο $(-\infty,-2)$

Η f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο D_f και $f''(x)\neq 0$ για κάθε $x\in D_f$, άρα η C_f δεν έχει σημεία καμπής.

B4. $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to -2^+} \dfrac{x^2+4x+8}{2x+4} = \lim\limits_{x\to -2^+}\left(\dfrac{x^2+4x+8}{2}\cdot\dfrac{1}{x+2}\right) = +\infty$

<u>διότι</u> $\lim\limits_{x\to -2^+} \dfrac{1}{x+2} = +\infty$ και $\lim\limits_{x\to -2^+} \dfrac{x^2+4x+8}{2} = 2>0$

Άρα η ευθεία $x=-2$ είναι κατακόρυφη ασύμπτωτη της C_f.

• $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^2+4x+8}{2x^2+4x} = \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^2}{2x^2} = \dfrac{1}{2} \in \mathbb{R}$

$\lim\limits_{x\to -\infty} \left(f(x) - \dfrac{1}{2}x\right) = \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^2+4x+8-x^2-2x}{2x+4} = \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{2x+8}{2x+4}$

$= \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{2x}{2x} = 1 \in \mathbb{R}$

Άρα η ευθεία (ε): $y = \dfrac{1}{2}x+1$ είναι πλάγια ασύμπτωτη της C_f στο $-\infty$.

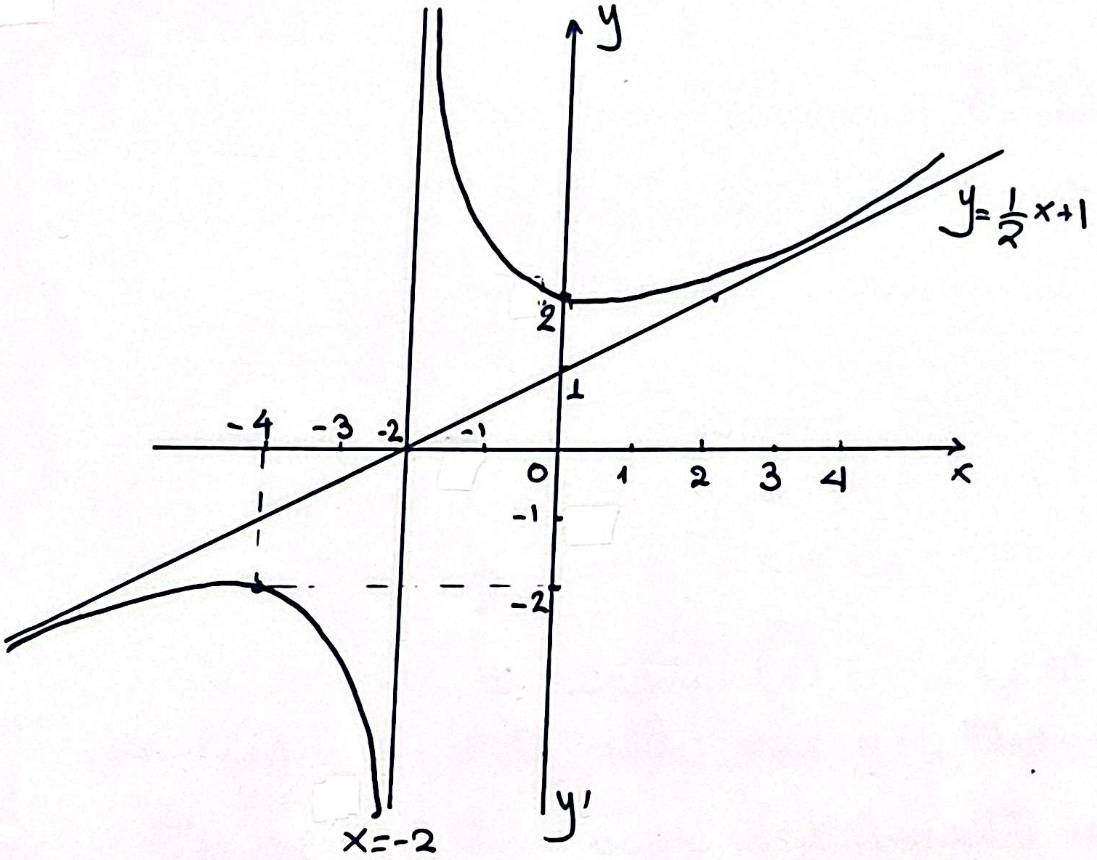
• $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^2+4x+8}{2x^2+4x} = \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^2}{2x^2} = \dfrac{1}{2} \in \mathbb{R}$

$\lim\limits_{x\to +\infty} \left(f(x) - \dfrac{1}{2}x\right) = \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{2x+8}{2x+4} = \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{2x}{2x} = 1 \in \mathbb{R}$

Άρα η ευθεία (ε): $y = \dfrac{1}{2}x+1$ είναι πλάγια ασύμπτωτη της C_f στο $+\infty$.

B5 i)

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f''(x)$		$-$		$-$	$\Vert$	$+$		$+$	
f	$-\infty$	↗	$\boxed{\text{Τ.Μ} \; -2}$	↘	$-\infty \;\Vert\; +\infty$	↘	$\boxed{\text{Τ.Ε} \; 2}$	↗	$+\infty$



ii) $\begin{cases} x=-2 \\ y=\frac{1}{2}x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-1+1=0 \end{cases}$ άρα $K(-2,0)$

$x_1=-4$ θέση τοπικού μεγίστου, άρα $A(-4,-2)$

$x_2=0$ θέση τοπικού ελαχίστου, άρα $B(0,2)$

Αφού $\lambda_{AK}=\frac{0-(-2)}{-2-(-4)}=\frac{2}{2}=1$ και

$\lambda_{BK}=\frac{0-2}{-2-0}=1$, έχουμε ότι $\lambda_{AK}=\lambda_{BK}$

κι επειδή το σημείο K κοινό σημείο, θα ισχύει ότι τα σημεία A, B και K είναι συνευθειακά.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Εφαρμόζουμε Πυθαγόρειο θεώρημα στο $\overset{\triangle}{ΑΒΔ}$ $(\hat{Α}=90°)$

$ΒΔ^2 = ΑΒ^2 + ΑΔ^2 = (2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 = 8+8=16$ άρα $ΒΔ=4$

Όμως $ΒΔ = 2x+2y$ άρα $2x+2y=4 \Rightarrow \boxed{x+y=2}$

Για να μην αλληλοκαλύπτονται τα τεταρτοκύκλια και να χωρούν στο τετράγωνο πρέπει:

$0 < x \le \frac{a}{2} \Leftrightarrow 0 < x \le \sqrt{2}$ (1)

Για να χωράει ο κύκλος (O, y) μέσα στο τετράγωνο θα πρέπει $y \le \frac{a}{2} = \sqrt{2}$ και $y>0$ δηλ. $0<y\le\sqrt{2}$

Όμως $y = 2-x$ άρα $0 < 2-x \le \sqrt{2} \Leftrightarrow$

$-2 < -x \le \sqrt{2}-2 \Leftrightarrow 2-\sqrt{2} \le x \le 2$ (2)

Από (1), (2) προκύπτει ότι $2-\sqrt{2} \le x \le \sqrt{2}$.

Γ2 i) Το εμβαδόν του κύκλου (O, y) είναι: $E_1 = \pi y^2$

ενώ το εμβαδόν του τεταρτοκυκλίου είναι $\frac{\pi x^2}{4}$

άρα τα 4 τεταρτοκύκλια θα έχουν εμβαδόν

$E_2 = 4 \cdot \frac{\pi x^2}{4} = \pi x^2$.

Το συνολικό εμβαδόν που καταλαμβάνουν τα 4 τεταρτοκύκλια και ο κύκλος είναι:

$E = E_1 + E_2 = \pi y^2 + \pi x^2 = \pi(2-x)^2 + \pi x^2$

$E = \pi(4-4x+x^2+x^2) = \pi(2x^2-4x+4) = 2\pi(x^2-2x+2)$

Άρα $E(x) = 2\pi(x^2-2x+2)$, $2-\sqrt{2} \le x \le \sqrt{2}$.

ii) $E'(x) = 2\pi(2x-2) = 4\pi(x-1)$, $2-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$

- $E'(x) = 0 \Leftrightarrow 4\pi(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 1$
- $E'(x) > 0 \Leftrightarrow 4\pi(x-1) > 0 \Leftrightarrow 1 < x < \sqrt{2}$
- $E'(x) < 0 \Leftrightarrow 4\pi(x-1) < 0 \Leftrightarrow 2-\sqrt{2} < x < 1$

x	$2-\sqrt{2}$		1		$\sqrt{2}$
$E'(x)$	//	$-$	0	$+$	
E	//	$\searrow$		$\nearrow$	
	Τ.Μ		Ο.Ε		Τ.Μ.

Η E γίνεται ελάχιστη για $x=1$.
Όμως για $x=1$ και $y=1$ άρα το εμβαδόν του κύκλου $(0,y)$ είναι $E_1 = \pi$ και το εμβαδόν των 4 τεταρτοκυκλίων είναι $E_2 = \pi$.

Άρα $E_1 = E_2$.

ii) Η E παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $2-\sqrt{2}$ ίσο με $E(2-\sqrt{2}) = 2\pi(4-4\sqrt{2}+2-4+2\sqrt{2}+2) = 2\pi(4-2\sqrt{2})$
$= 4\pi(2-\sqrt{2})$

και παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $\sqrt{2}$ ίσο με
$E(\sqrt{2}) = 2\pi(2-2\sqrt{2}+2) = 2\pi(4-2\sqrt{2}) = 4\pi(2-\sqrt{2})$

Η E είναι συνεχής στο $[2-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ άρα παρουσιάζει μέγιστη τιμή και ελάχιστη τιμή

Άρα $E_{max} = 4\pi(2-\sqrt{2})$ και $E_{min} = E(1) = 2\pi$

$$\frac{E_{max}}{E_{min}} = \frac{4\pi(2-\sqrt{2})}{2\pi} = 2(2-\sqrt{2})$$

Αρκεί να δείξουμε ότι $2(2-\sqrt{2}) < \frac{6}{5} \Leftrightarrow$

$10(2-\sqrt{2}) < 6 \Leftrightarrow 20 - 10\sqrt{2} < 6 \Leftrightarrow 14 < 10\sqrt{2} \Leftrightarrow$

$7 < 5\sqrt{2} \Leftrightarrow 49 < 50$ που ισχύει

Άρα $\frac{E_{max}}{E_{min}} < \frac{6}{5}$.

Γ3. α) $f(x) = \begin{cases} ax + bx^2 + συν(\pi x), & 0 \leq x < 1 \\ \frac{E(x)}{2\pi} - 1, & 1 \leq x \leq \sqrt{2} \end{cases}$

Για να ικανοποιεί η f τις υποθέσεις του ΘΜΤ στο $[0,\sqrt{2}]$ θα ισχύουν τα εξής:

- f συνεχής στο $[0,\sqrt{2}]$
- f παραγωγίσιμη στο $(0,\sqrt{2})$

→ f συνεχής στο $[0,\sqrt{2}]$ άρα συνεχής και στο 1

επομένως $f(1) = \lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^+} f(x)$

$f(1) = \frac{E(1)}{2\pi} - 1 = \frac{2\pi}{2\pi} - 1 = 1 - 1 = 0$

$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} (ax + bx^2 + συν(\pi x)) = a + b + συν\pi = a + b - 1$

άρα $a + b - 1 = 0 \Leftrightarrow a + b = 1$ (3)

→ f παραγωγίσιμη στο $(0,\sqrt{2})$, άρα παραγωγίσιμη και στο 1

επομένως $\lim_{x\to 1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$

$\lim_{x\to 1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{ax + bx^2 + συν(\pi x)}{x-1} \underset{D.L.H}{\overset{0/0}{=}}$

$\lim_{x\to 1^-} (a + 2bx - \pi\, ημ(\pi x)) = a + 2b$.

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2-2x+2-1}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{(x-1)^2}{x-1}=0$$

άρα $a+2b=0$ (4)

Από (3), (4) $\begin{cases} a+b=1 \\ a+2b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=1 \\ -a-2b=0 \end{cases} \begin{cases} -b=1 \\ a=-2b \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} b=-1 \\ a=2 \end{cases}$ Άρα $a=2$, $b=-1$.

β) Επειδή $1\le x\le\sqrt{2}$ τότε $y=\frac{f(x)}{2n}-1=x^2-2x+2-1=(x-1)^2$

Εφόσον το x εξαρτάται από το χρόνο t, θα εξαρτάται και το y, άρα $y(t)=(x(t)-1)^2$, με

$y'(t)=2(x(t)-1)\cdot x'(t)$

Έστω ότι υπάρχει χρονική στιγμή t_0 κατά την οποία

$y'(t_0)=x'(t_0)\Leftrightarrow 2(x(t_0)-1)\cdot x'(t_0)=x'(t_0)$

$\xLeftrightarrow{x'(t_0)>0} 2(x(t_0)-1)=1\Leftrightarrow 2x(t_0)-2=1\Leftrightarrow$

$x(t_0)=\frac{3}{2}$ άτοπο, διότι $x(t_0)\in[1,\sqrt{2}]$

και $\frac{3}{2}\notin[1,\sqrt{2}]$ αφού $\frac{3}{2}>\sqrt{2}\Leftrightarrow 3>2\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow 9>8$ ισχύει.

Άρα δεν υπάρχει χρονική στιγμή t_0 κατά την οποία: $y'(t_0)=x'(t_0)$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Η f είναι κυρτή στο $\mathbb{R}$ άρα η f' είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

- $f'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=f'(1) \overset{f'\ 1-1}{\Longleftrightarrow} x=1$
- $x>1 \overset{f'\nearrow}{\Longrightarrow} f'(x)>f'(1) \Rightarrow f'(x)>0$
- $x<1 \overset{f'\nearrow}{\Longrightarrow} f'(x)<f'(1) \Rightarrow f'(x)<0.$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f		$\searrow$	Ο.Ε	$\nearrow$	

Η f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στη θέση $x_0=1$ ίσο με $f(1)=1$.

Άρα $f(x)\geq f(1)=1$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$, με την ισότητα να ισχύει μόνο για $x=1$.

Δ2. α) Θεωρούμε τη συνάρτηση

$$\varphi(x)=f(x)-1-(x-1)(g(0)-1),\ \mu\varepsilon\ x\in\mathbb{R}$$

Για κάθε $x\in\mathbb{R}$, ισχύει $\varphi(x)\geq 0 \Leftrightarrow \varphi(x)\geq\varphi(1)$

Άρα έχουμε ότι:

- η φ παρουσιάζει ελάχιστο στο $x_0=1$
- το $x_0=1$ είναι εσωτερικό σημείο του $D_\varphi=\mathbb{R}$
- η φ είναι παραγωγίσιμη στο 1

Επομένως από θεώρημα Fermat, θα ισχύει $\varphi'(1)=0$.

Για κάθε $x\in\mathbb{R}$, $\varphi'(x)=f'(x)-(g(0)-1)$

Άρα $\varphi'(1)=0 \Leftrightarrow f'(1)-(g(0)-1)=0 \Leftrightarrow g(0)-1=0$

$\Leftrightarrow \boxed{g(0)=1}$.

β) Ισχύει ότι $\int_{g(0)}^{g(1)} f(x)dx = g(0)-1 \Rightarrow \int_{g(0)}^{g(1)} f(x)dx = 0$.

Έστω ότι η συνάρτηση g είναι 1-1, άρα θα ισχύει ότι $g(0) \neq g(1)$.

- Αν $g(0) < g(1)$, τότε f συνεχής στο $[g(0), g(1)]$ και $f(x) \geq f(1) = 1$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$ (Δ1), άρα $f(x) > 0$ για $x \in [g(0), g(1)]$ άρα $\int_{g(0)}^{g(1)} f(x)dx > 0$ Άτοπο.

- Αν $g(0) > g(1)$, τότε f συνεχής στο $[g(1), g(0)]$ και $f(x) > 0$ για κάθε $x \in [g(1), g(0)]$ άρα $\int_{g(0)}^{g(1)} f(x)dx = -\int_{g(1)}^{g(0)} f(x)dx < 0$ Άτοπο.

Άρα $g(0) = g(1)$, επομένως η g δεν είναι 1-1.

Για την g στο $[0,1]$ έχουμε:

- g συνεχής στο $[0,1]$
- g παραγωγίσιμη στο $(0,1)$ και
- $g(0) = g(1)$

Άρα από Θεώρημα Rolle υπάρχει $\xi \in (0,1)$ τέτοιο ώστε $g'(\xi) = 0$.

Επομένως η g έχει ένα τουλάχιστον κρίσιμο σημείο.

Δ3 Θα δείξουμε ότι για $x \geq 1$ ισχύει
$$f'(x)(x-1)+1 \geq f(x)$$

• Για $x=1$, $f'(1)\cdot 0+1 \geq f(1) \Leftrightarrow 1 \geq 1$ ισχύει ως ισότητα

• Για $x>1$ αρκεί να δείξουμε ότι $f'(x)(x-1)+1>f(x)$

$$\Leftrightarrow f'(x)(x-1) > f(x)-1 \overset{x-1>0}{\Longleftrightarrow} f'(x) > \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

Για την f στο $[1,x]$ έχουμε:

• f συνεχής στο $[1,x]$

• f παραγωγίσιμη στο $(1,x)$

Άρα από Θ.Μ.Τ. υπάρχει $x_0 \in (1,x)$ τέτοιο ώστε
$$f'(x_0) = \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

Όμως $1 < x_0 < x \overset{f'\uparrow}{\Longleftrightarrow} f'(1) < f'(x_0) < f'(x) \Leftrightarrow$
$$0 < \frac{f(x)-f(1)}{x-1} < f'(x) \text{ άρα } f'(x) > \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

Δ4. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι $F'(x)=f(x)$ και $G'(x)=g(x)$

Θεωρούμε τη συνάρτηση
$$K(x) = (x-1)\left(G(x)-G(1)\right) + (x-2)\left(F(x)-F(2)+\frac{1+f(2)}{2}\right)$$
με $x \in [1,2]$

• K συνεχής στο $[1,2]$ ως πράξεις συνεχών

• $K(1) = F(2)-F(1) - \frac{1+f(2)}{2}$

$K(2) = G(2)-G(1)$

Ισχύει ότι $g(x)\neq 0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$ και συνεχής,
άρα η g διατηρεί σταθερό πρόσημο στο $\mathbb{R}$
Όμως $g(0)=1>0$ άρα $g(x)>0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$

Άρα $G'(x)=g(x)>0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$, δηλ. $G\uparrow$ στο $\mathbb{R}$

$$2>1 \overset{G\uparrow}{\Longleftrightarrow} G(2)>G(1) \Leftrightarrow G(2)-G(1)>0 \text{ άρα } \boxed{K(2)>0}$$

Από Δ3, $f'(x)(x-1)+1\geq f(x)$ για κάθε $x\geq 1$ με την ισότητα να ισχύει μόνο για $x=1$.
Επιπλέον οι συναρτήσεις $f'(x)(x-1)+1$, $f(x)$ είναι συνεχείς στο $[1,2]$ άρα έχουμε:

$$\int_1^2\left[f'(x)(x-1)+1\right]dx > \int_1^2 f(x)\,dx \Leftrightarrow$$

$$\int_1^2 f'(x)(x-1)\,dx + \int_1^2 1\,dx > \int_1^2 f(x)\,dx \Leftrightarrow$$

$$\left[f(x)(x-1)\right]_1^2 - \int_1^2 f(x)\,dx + \left[x\right]_1^2 > \int_1^2 f(x)\,dx \Leftrightarrow$$

$$f(2)+1 > 2\int_0^1 f(x)\,dx \Leftrightarrow \frac{f(2)+1}{2} > \int_0^1 f(x)\,dx$$

$$\Leftrightarrow \frac{f(2)+1}{2} > \left[F(x)\right]_0^1 \Leftrightarrow F(2)-F(1) < \frac{f(2)+1}{2} \Leftrightarrow$$

$$F(2)-F(1)-\frac{f(2)+1}{2}<0 \text{ άρα } K(1)<0$$

Επομένως έχουμε $K(1)K(2)<0$, άρα από Θεώρημα Bolzano υπάρχει μία τουλάχιστον ρίζα στο $(1,2)$ της εξίσωσης $K(x)=0 \Leftrightarrow$

$$(x-1)\left(G(x)-G(1)\right)+(x-2)\left(F(x)-F(2)+\frac{1+f(2)}{2}\right)=0.$$