

ΜΑΘΗΜΑ

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΛΥΣΕΙΣ

ΤΑΞΗ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΣΤΕΑ ΥΛΗ

ΚΡΟΥΣΕΙΣ, ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ, ΣΤΕΡΕΟ, ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ, Η/Μ ΕΠΑΓΩΓΗ

ΘΕΜΑ Α

- A.1. γ A.2. γ A.3. δ A.4. δ A.5. α, Σ, β, Σ, γ, Λ, δ, Σ, ε, Λ

ΘΕΜΑ Β

B.1. β

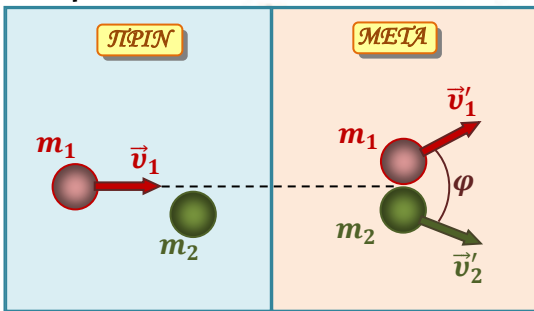
Δίνεται ότι: $B_1 = 2B_2 \Rightarrow k_\mu \frac{2\pi I_1}{r_1} = 2 \left(2\pi k_\mu I_2 \frac{N}{\ell} \right) \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 2r_1 \frac{N}{\ell}$ (1)

όπου $L = 2\pi r_1 = N2\pi r_2 \Rightarrow N = \frac{r_1}{r_2}$ (2)

Επίσης, δίνεται ότι: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1}{r_2}$ (3)

Άρα: (1) $\xrightarrow{(2),(3)}$ $\frac{r_1}{r_2} = 2 \frac{r_1^2}{r_2 \ell} \Rightarrow \boxed{\ell = 2r_1}$

B.2. β



Για τη μη κεντρική ελαστική κρούση των μαζών m_1 και m_2 , εφαρμόζουμε:

Α.Δ.Ο.: $\vec{p}_{ολ}^{(αρχ)} = \vec{p}_{ολ}^{(τελ)} \Rightarrow \vec{p}_1 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow p_1^2 = p_1'^2 + p_2'^2 + 2p_1'p_2' \cos\varphi \Rightarrow$

$\Rightarrow (2mv_1)^2 = (2mv_1')^2 + (mv_2')^2 + 2(2mv_1')(mv_2') \cos\varphi \Rightarrow$

$\xrightarrow{(v_2'=2v_1')}$ $4m^2v_1^2 = 4m^2v_1'^2 + 4m^2v_1'^2 + 8m^2v_1'^2 \cos\varphi \Rightarrow$

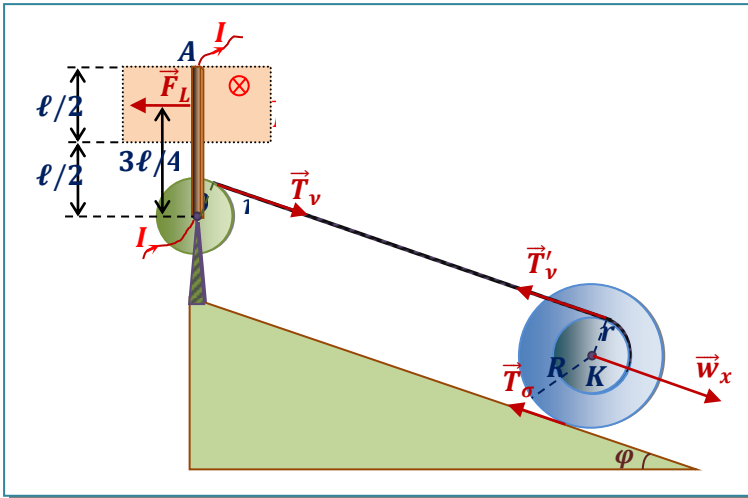
$\Rightarrow 4m^2v_1^2 = 8m^2v_1'^2 (1 + \cos\varphi) \Rightarrow v_1^2 = 2v_1'^2 (1 + \cos\varphi)$ (1)

Α.Δ.Μ.Ε.: $K_{ολ}^{(αρχ)} = K_{ολ}^{(τελ)} \Rightarrow K_1 = K_1' + K_2' \Rightarrow \frac{1}{2} 2mv_1^2 = \frac{1}{2} 2mv_1'^2 + \frac{1}{2} mv_2'^2 \Rightarrow$

$\xrightarrow{(v_2'=2v_1')}$ $2mv_1^2 = 2mv_1'^2 + 4mv_1'^2 \Rightarrow 2mv_1^2 = 6mv_1'^2 \Rightarrow v_1^2 = 3v_1'^2$ (2)

Άρα: (1), (2) $\rightarrow 2v_1'^2 (1 + \cos\varphi) = 3v_1'^2 \Rightarrow 1 + \cos\varphi = \frac{3}{2} \Rightarrow \boxed{\cos\varphi = \frac{1}{2}}$

B.3. β



Αβαρές νήμα: $T'_v = T_v$ (1)

Ισοροπία περιστροφής τροχαλίας:

$$\begin{aligned} \Sigma \tau_{(O)} = 0 &\Rightarrow \tau_{T_v(O)} + \tau_{F_L(O)} = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -T_v r + F_L \frac{3\ell}{4} = 0 \Rightarrow T_v r = \left(BI \frac{\ell}{2} \right) \frac{3\ell}{4} \Rightarrow \\ &\stackrel{(\ell=4r)}{\implies} T_v = 6BIr \quad (2) \end{aligned}$$

Άρα: (1) $\stackrel{(2)}{\implies} T'_v = 6BIr$ (3)

Ισοροπία περιστροφής δίσκου:

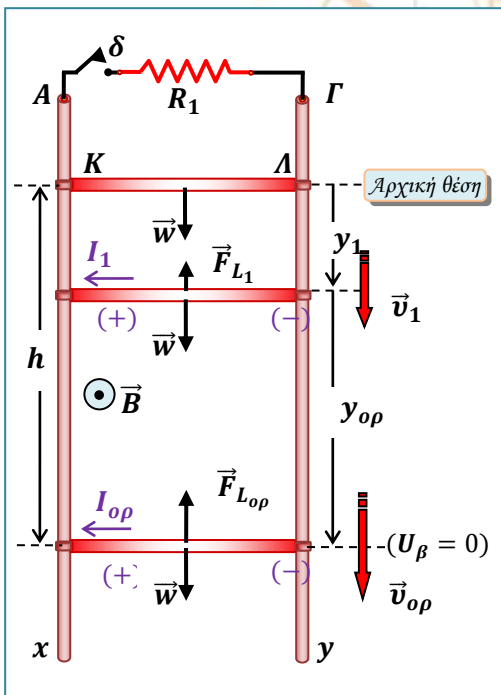
$$\Sigma \tau_{(K)} = 0 \Rightarrow \tau_{T'_v(K)} + \tau_{T_{\sigma\tau(K)}} = 0 \Rightarrow T'_v r - T_{\sigma\tau} R = 0 \stackrel{(R=2r)}{\implies} T_{\sigma\tau} = \frac{T'_v}{2} \quad (4)$$

Ισοροπία μεταφοράς δίσκου:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow w_x = T'_v + T_{\sigma\tau} \stackrel{(4)}{\implies} w \eta \mu \phi = \frac{3T'_v}{2} \stackrel{(3)}{\implies} \frac{w}{2} = 9BIr \Rightarrow I = \frac{w}{18Br} \stackrel{(R=2r)}{\implies} \boxed{I = \frac{w}{9BR}}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1. Μέσω του νόμου Faraday: $\mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = \frac{|d\Phi|}{dt} = \frac{B \cdot dS}{dt} = \frac{B \cdot \ell \cdot dy}{dt} = Bv\ell$



• Ακριβώς πριν κλείσει ο διακόπτης δ:

$$V_{K\Lambda} = \mathcal{E}_{\varepsilon\pi_1} \Rightarrow V_{K\Lambda} = Bv_1\ell \Rightarrow \boxed{V_{K\Lambda} = 20 \text{ V}}$$

• Ακριβώς μετά το κλείσιμο του διακόπτη δ:

Εμφανίζεται επαγωγικό ρεύμα που λόγω του κανόνα Lenz θα έχει τέτοια φορά, ώστε να δημιουργεί δύναμη Laplace που να αντιστέκεται στην κίνηση.

$$\begin{aligned} V_{K\Lambda} &= \mathcal{E}_{\varepsilon\pi_1} - I_{\varepsilon\pi_1} R_2 \Rightarrow V_{K\Lambda} = \mathcal{E}_{\varepsilon\pi_1} - \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi_1}}{R_{o\lambda}} R_2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow V_{K\Lambda} = Bv_1\ell - \frac{Bv_1\ell}{R_1 + R_2} R_2 \Rightarrow V_{K\Lambda} = \left(20 - \frac{20}{5} \cdot 2 \right) \text{ V} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \boxed{V_{K\Lambda} = 12 \text{ V}} \end{aligned}$$

(ή $V_{K\Lambda} = I_{\varepsilon\pi_1} R_1 \Rightarrow V_{K\Lambda} = \frac{Bv_1\ell}{R_1 + R_2} R_1 \Rightarrow V_{K\Lambda} = 12 \text{ V}$)

Γ.2. Ο αγωγός ΚΛ, από τη στιγμή $t = t_1$ που κλείνει ο διακόπτης, εκτελεί επιβραδυνόμενη κίνηση με φθίνουσα επιβράδυνση:

$$F_{L_1} = BI_{\varepsilon\pi_1}\ell = B \frac{Bv_1\ell}{R_1 + R_2} \ell = 8 \text{ N} > mg = 4 \text{ N}$$

Κάποια στιγμή, καθώς η ταχύτητα μειώνεται άρα και η \vec{F}_L , θα έχουμε:

$$v = v_{op} \rightarrow a = 0 \rightarrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow w - F_{L_{op}} = 0 \Rightarrow mg = BI_{\varepsilon\pi_{op}}\ell \Rightarrow mg = B \frac{\varepsilon_{\varepsilon\pi_{op}}}{R_{ολ}} \ell \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mg = B \frac{Bv_{op}\ell}{R_1 + R_2} \ell \Rightarrow mg = \frac{B^2\ell^2}{R_1 + R_2} v_{op} \Rightarrow v_{op} = \frac{mg(R_1 + R_2)}{B^2\ell^2} \Rightarrow \boxed{v_{op} = 5 \text{ m/s}}$$

Γ.3.

$$I_{\varepsilon\pi_2} = \frac{Bv_2\ell}{R_1 + R_2} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi_2} = \frac{2 \cdot 7,5}{5} \text{ A} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi_2} = 3 \text{ A}$$

$$F_{L_2} = BI_{\varepsilon\pi_2}\ell \Rightarrow F_{L_2} = 6 \text{ N}$$

$$\underline{\text{2ος Ν.Ν.:}} \Sigma F_{y_2} = ma_2 \Rightarrow a_2 = \frac{mg - F_{L_2}}{m} \Rightarrow a_2 = \frac{4 - 6}{0,4} \text{ m/s}^2 \Rightarrow \boxed{a_2 = -5 \text{ m/s}^2}$$

Ρυθμός παραγωγής θερμότητας πάνω στον αγωγό:

$$\frac{dQ_{R_2}}{dt} = I_{\varepsilon\pi_2}^2 R_2 \Rightarrow \frac{dQ_{R_2}}{dt} = (3^2 \cdot 2) \text{ J/s} \Rightarrow \boxed{\frac{dQ_{R_2}}{dt} = 18 \text{ J/s}}$$

Γ.4. Α.Δ.Ε. (για την πτώση του αγωγού κατά h μέσα στο μαγνητικό πεδίο):

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\beta\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\beta\tau\epsilon\lambda} + Q_{o\lambda} \Rightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2}mv_{op}^2 + 0 + Q_{R_{o\lambda}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{v_{op}^2}{2g} + \frac{Q_{R_{o\lambda}}}{mg} \Rightarrow h = (1,25 + 13,75) \text{ m} \Rightarrow \boxed{h = 15 \text{ m}}$$

(ή αλλιώς μέσω Θ.Μ.Κ.Ε.: $K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\beta} + W_{F_L} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{op}^2 - 0 = mgh + W_{F_L} \Rightarrow$

$$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_{op}^2 - W_{F_L} \Rightarrow h_2 = \frac{v_{op}^2}{2g} - \frac{W_{F_L}}{mg} \left. \vphantom{h_2} \right\} \Rightarrow h = 15 \text{ m})$$

όπου $Q_{R_{o\lambda}} = |W_{F_L}| \xrightarrow{W_{F_L} < 0} W_{F_L} = -55 \text{ J}$

Επαγωγικό φορτίο που διακινήθηκε στο κύκλωμα (νόμος Neumann):

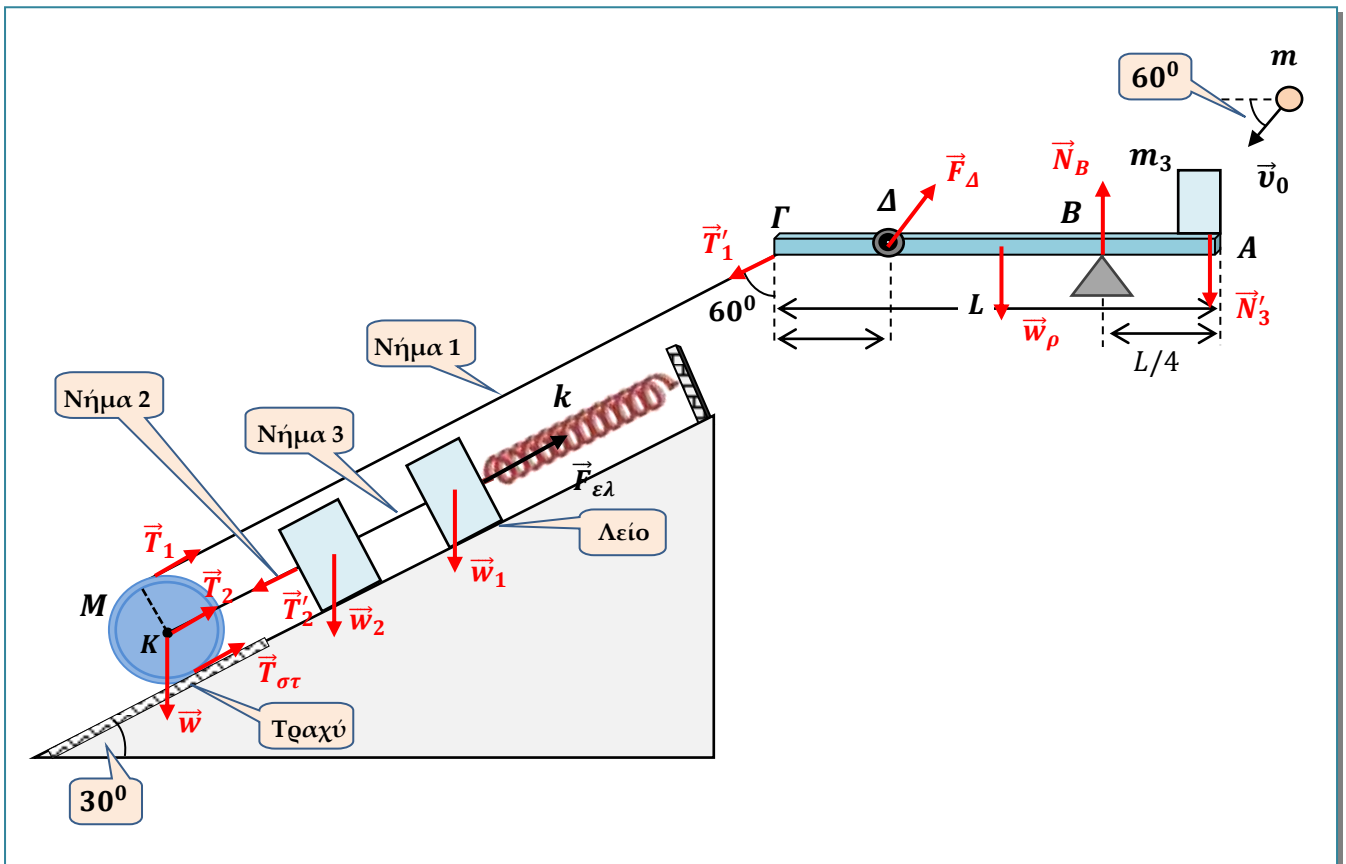
$$q_{\varepsilon\pi} = \frac{\Delta\Phi}{R_{ολ}} \Rightarrow q_{\varepsilon\pi} = \frac{\Delta(B \cdot A)}{R_{ολ}} \Rightarrow q_{\varepsilon\pi} = \frac{B \cdot \Delta A}{R_{ολ}} \Rightarrow q_{\varepsilon\pi} = \frac{B \cdot \ell \cdot y_{op}}{R_{ολ}}$$

Μέσω Θ.Μ.Κ.Ε. (από $v = v_1$ έως $v = v_{op}$):

$$K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\beta} + W_{F_L} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{op}^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = mgy_{op} + W_{F_L} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow{(W_{FL} = -Q_{R_{ολ}})} \frac{m}{2} (v_{ορ}^2 - v_1^2) &= mgy_{ορ} - Q_{R_{ολ}} \Rightarrow y_{ορ} = \frac{\frac{m}{2} (v_{ορ}^2 - v_1^2) + Q_{R_{ολ}}}{mg} \Rightarrow \\ \Rightarrow y_{ορ} &= \frac{-(0,2 \cdot 75) + 55}{4} m \Rightarrow y_{ορ} = 10 m \\ \text{Άρα } q_{επ} &= \frac{20}{5} C \Rightarrow \boxed{q_{επ} = 4 C} \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ



Δ.1. Ισοροπία δίσκου:

- $\Sigma \vec{\tau}_{(K)} = \vec{0} \Rightarrow T_1 R = T_{\sigma\tau} R \Rightarrow T_1 = T_{\sigma\tau} \quad (1)$
- $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow w_x - T_1 - T_2 - T_{\sigma\tau} = 0 \Rightarrow Mg \eta \mu 30^\circ - T_2 - 2T_1 = 0 \Rightarrow 2T_1 = 80 - 40 \Rightarrow$
 $\Rightarrow T_1 = 20N$

Τα νήματα είναι αβαρή και μη εκτατά:

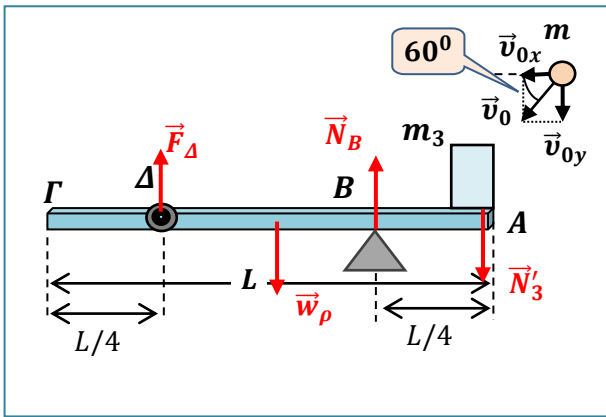
$$\vec{T}'_1 = -\vec{T}_1, \quad \vec{T}'_2 = -\vec{T}_2, \quad \vec{T}'_3 = -\vec{T}_3$$

Ισοροπία ράβδου:

$$\Sigma \vec{\tau}_{(\Delta)} = \vec{0} \Rightarrow T_1 \eta \mu 30^\circ \frac{L}{4} - w_\rho \frac{L}{4} + N_B \frac{L}{2} - N'_3 \frac{3L}{4} = 0 \Rightarrow N_B \frac{1}{2} = -10 \frac{1}{4} + 40 \frac{1}{4} + 50 \frac{3}{4} \Rightarrow \boxed{N_B = 90N}$$

$$(m_3: \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_3 - w_3 = 0 \Rightarrow N_3 = w_3 = N'_3 = 50N)$$

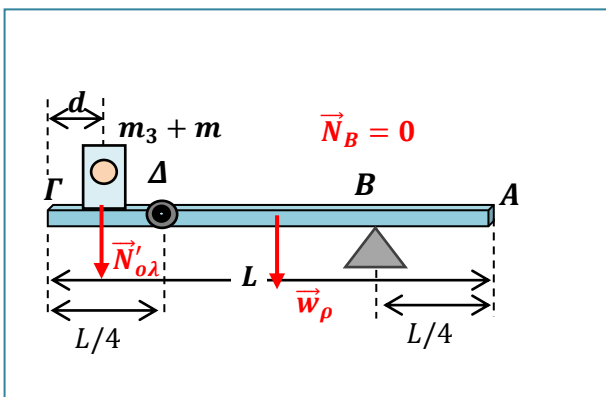
Δ.2.



Α.Δ.Ο. ($x'x$): $\vec{p}_{ολ_{x'x}}^{(αρχ)} = \vec{p}_{ολ_{x'x}}^{(τελ)} \Rightarrow$

$$\Rightarrow m v_o \sin 60^\circ = (m + m_3) V_k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_o = \frac{2(m + m_3)}{m} V_k \quad (2)$$



Το συσσωμάτωμα φτάνει σε ελάχιστη απόσταση d από το άκρο Γ της ράβδου και ακινητοποιείται. Η ράβδος μόλις που ισορροπεί οριζόντια δηλαδή $N_B = 0$.

$$\Sigma \vec{\tau}_{(\Delta)} = \vec{0} \Rightarrow w_\rho \frac{L}{4} = N'_{ολ} \left(\frac{L}{4} - d \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 40 = \left(5 + \frac{5}{3} \right) 10(1 - d) \Rightarrow d = 0,4m$$

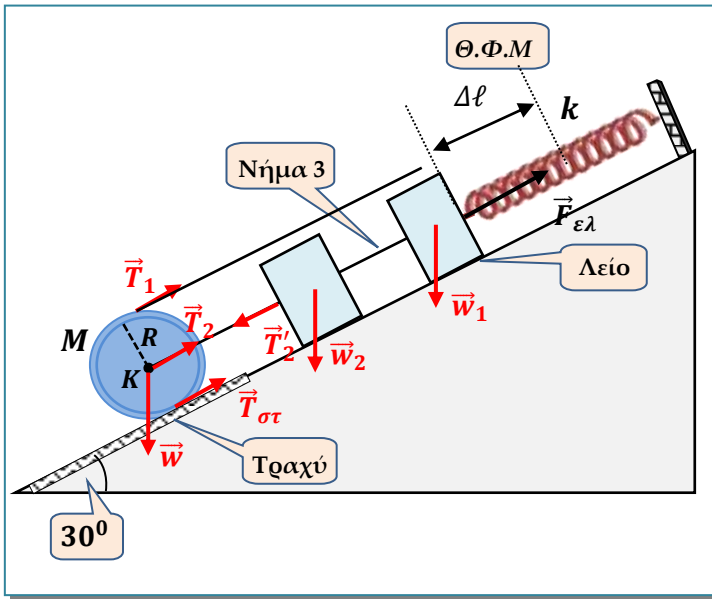
2ος Ν. Νεύτωνα για $(m + m_3)$:

$$\Sigma F_x = (m + m_3)a \Rightarrow -\mu(m + m_3)g = (m + m_3)a \Rightarrow a = -5 \text{ m/s}^2$$

$$s_{(stop)} = \frac{V_k^2}{2|\alpha|} \Rightarrow V_k^2 = (L - d)2|\alpha| \Rightarrow V_k = 6 \text{ m/s}$$

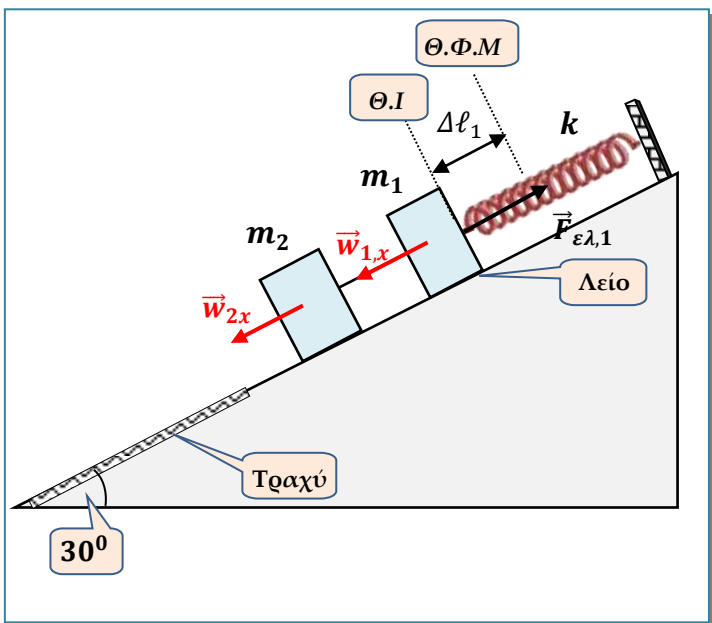
$$(2) \Rightarrow v_o = \frac{2 \left(5 + \frac{5}{3} \right)}{\frac{5}{3}} \cdot 6 \Rightarrow \boxed{v_o = 48 \text{ m/s}}$$

Δ.3.



Πριν κοπούν τα νήματα (1) και (2) το σύστημα των δύο σωμάτων με μάζες m_1 και m_2 ισορροπεί οπότε ισχύει:

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F}_x = \vec{0} &\Rightarrow F_{ελ} - w_{1,x} - w_{2,x} - T'_2 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow F_{ελ} = w_{1,x} + w_{2,x} + T'_2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow k\Delta\ell_1 = (m_1 + m_2)g\eta\mu 30^\circ + T_2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta\ell = 0,6m \end{aligned}$$



Αφού κοπεί το νήμα (2) το σύστημα ελατήριου - μάζες m_1, m_2 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση ξεκινώντας από την ακραία θέση. Στην κάτω ακραία θέση το ελατήριο είναι μέγιστα επιμηκυμένο, κατά $\Delta\ell = \Delta\ell_1 + A$, στη $\Theta.I$ του συστήματος εφαρμόζουμε τη συνθήκη ισορροπίας:

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F}_x = \vec{0} &\Rightarrow F_{ελ,1} - w_{1,x} - w_{2,x} = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow k\Delta\ell_1 = (m_1 + m_2)g\eta\mu 30^\circ \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta\ell_1 = 0,2m \end{aligned}$$

Το σύστημα θα εκτελέσει ταλάντωση με πλάτος $A = \Delta\ell - \Delta\ell_1 \Rightarrow A = 0,4m$ και γωνιακή συχνότητα $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{100}{4}} \Rightarrow \omega = 5\text{rad/s}$.

Σε τυχαία θέση απομάκρυνσης του συστήματος των σωμάτων $m_1 - m_2$ από τη $\Theta.I$. του, για το σώμα μάζας m_2 ισχύει:

$$\Sigma \vec{F}_x = -D_2\vec{x} \Rightarrow \vec{T} + \vec{w}_{2,x} = -D_2\vec{x} \xrightarrow{(v>0 \text{ AN}\Omega)} T - m_2g\eta\mu\phi = -m_2\omega^2x \Rightarrow T = m_2g\eta\mu\phi - m_2\omega^2x.$$

Τη στιγμή t_1 που το νήμα χαλαρώνει έχουμε:

$$T = 0 \Rightarrow m_2g\eta\mu\phi - m_2\omega^2x = 0 \Rightarrow g\eta\mu\phi = \omega^2x \Rightarrow x = \frac{g\eta\mu\phi}{\omega^2} \Rightarrow x = \frac{5}{25} \Rightarrow x = +0,2m$$

Η ενέργεια της ταλάντωσης του συστήματος διατηρείται σταθερή, οπότε μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα του συστήματος (άρα και της μάζας m_2) τη χρονική στιγμή t_1 :

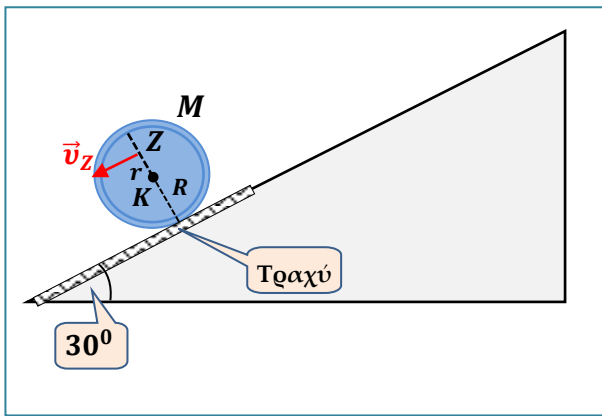
$$K + U = E \Rightarrow \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4v^2 + 100 \cdot 0,04 = 100 \cdot 0,16 \Rightarrow v = +\sqrt{3} \text{ m/s}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_2 τη χρονική στιγμή t_1 ισούται:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F_2}}{dt} = \frac{\Sigma F_2 dx}{dt} = \Sigma F_2 \cdot v = -m_2 \omega^2 x \cdot v \Rightarrow \boxed{\frac{dK}{dt} = -5\sqrt{3} \text{ J/s}}$$

Δ.4.



Τη χρονική στιγμή t_2 το σημείο Z του δίσκου βρίσκεται πάνω από το κέντρο μάζας, αφού η γραμμική του ταχύτητα είναι ομόρροπη με τη ταχύτητα του κέντρου μάζας του δίσκου. Επίσης ο δίσκος εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση οπότε ισχύει: $v_{cm} = v_{\gamma\rho} = \omega R$, $a_{cm} = a_{\gamma} R$ και $x_{cm} = \theta R$.

$$v_{cm} = a_{cm} t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{v_{cm}}{a_{cm}} \quad (3)$$

$$v_Z = v_{cm} + v_{\gamma\rho(Z)} \Rightarrow v_Z = \omega R + \omega \frac{R}{2} \Rightarrow v_Z = \frac{3}{2} \omega R \Rightarrow v_Z = \frac{3}{2} v_{cm} \Rightarrow v_{cm} = 2 \text{ m/s}$$

$$\left. \begin{array}{l} s_Z = r\theta \\ x_{cm} = R\theta \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{s_Z}{x_{cm}} = \frac{r}{R} \Rightarrow \frac{0,3 \text{ m}}{x_{cm}} = \frac{1}{2} \Rightarrow x_{cm} = 0,6 \text{ m}$$

$$x_{cm} = \frac{1}{2} a_{cm} t_2^2 \stackrel{(3)}{\Rightarrow} x_{cm} = \frac{1}{2} a_{cm} \left(\frac{v_{cm}}{a_{cm}} \right)^2 \Rightarrow a_{cm} = \frac{v_{cm}^2}{2x_{cm}} \Rightarrow a_{cm} = \frac{4}{2 \cdot 0,6} \Rightarrow a_{cm} = \frac{10}{3} \text{ m/s}^2$$

$$a_{cm} = a_{\gamma\omega v} R \Rightarrow \boxed{a_{\gamma\omega v} = \frac{10}{3} \text{ rad/s}^2}$$