

ΜΑΘΗΜΑ

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΛΥΣΕΙΣ

ΤΑΞΗ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΣΤΕΑ ΥΛΗ

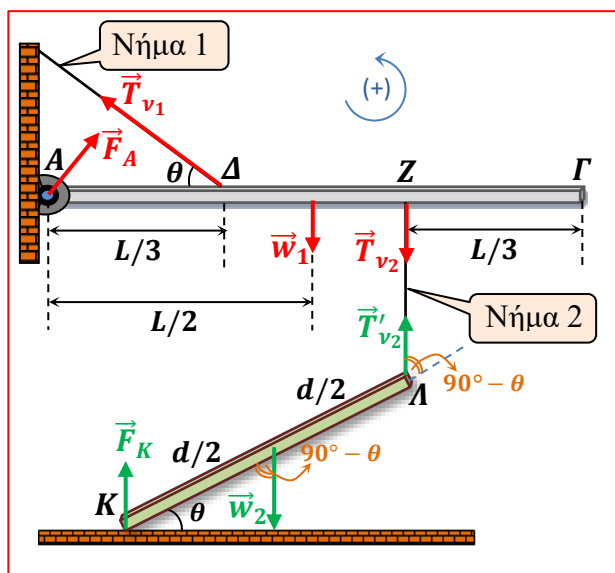
ΣΤΕΡΕΟ, ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ, ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ, Η/Μ ΕΠΑΓΩΓΗ

ΘΕΜΑ Α

A.1. δ A.2. α A.3. γ A.4. β A.5. α. Λ, β. Λ, γ. Λ, δ. Σ, ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

B.1. α



Ισορροπία περιστροφής της ράβδου ΚΛ, ως προς το σημείο Κ:

$$\begin{aligned} \Sigma \tau_{(K)} = 0 &\Rightarrow \tau_{F_A(K)} + \tau_{w_2(K)} + \tau_{T'_{v_2}(K)} = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -w_2 \cdot \frac{d}{2} \cdot \eta\mu(90^\circ - \theta) + T'_{v_2} \cdot d \cdot \eta\mu(90^\circ - \theta) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow T'_{v_2} = \frac{w_2}{2} \quad (1) \end{aligned}$$

Αβαρές νήμα: $T_{v_2} = T'_{v_2} \xRightarrow{(1)} T_{v_2} = \frac{w_2}{2} \quad (2)$

Ισορροπία περιστροφής της ράβδου ΑΓ, ως προς το σημείο Α:

$$\begin{aligned} \Sigma \tau_{(A)} = 0 &\Rightarrow \tau_{F_A(A)} + \tau_{T_{v_1}(A)} + \tau_{w_1(A)} + \tau_{T_{v_2}(A)} = 0 \Rightarrow T_{v_1} \cdot \frac{L}{3} \cdot \eta\mu\theta - w_1 \cdot \frac{L}{2} - T_{v_2} \cdot \frac{2L}{3} = 0 \Rightarrow \\ &\xRightarrow{(T_{v_1}=6T_{v_2})} 2T_{v_2} \eta\mu\theta - \frac{w_1}{2} - \frac{2}{3} T_{v_2} = 0 \xRightarrow{(\eta\mu\theta=1/2)} \frac{T_{v_2}}{3} = \frac{w_1}{2} \xRightarrow{(2)} \frac{w_2}{6} = \frac{w_1}{2} \Rightarrow \frac{w_1}{w_2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}} \end{aligned}$$

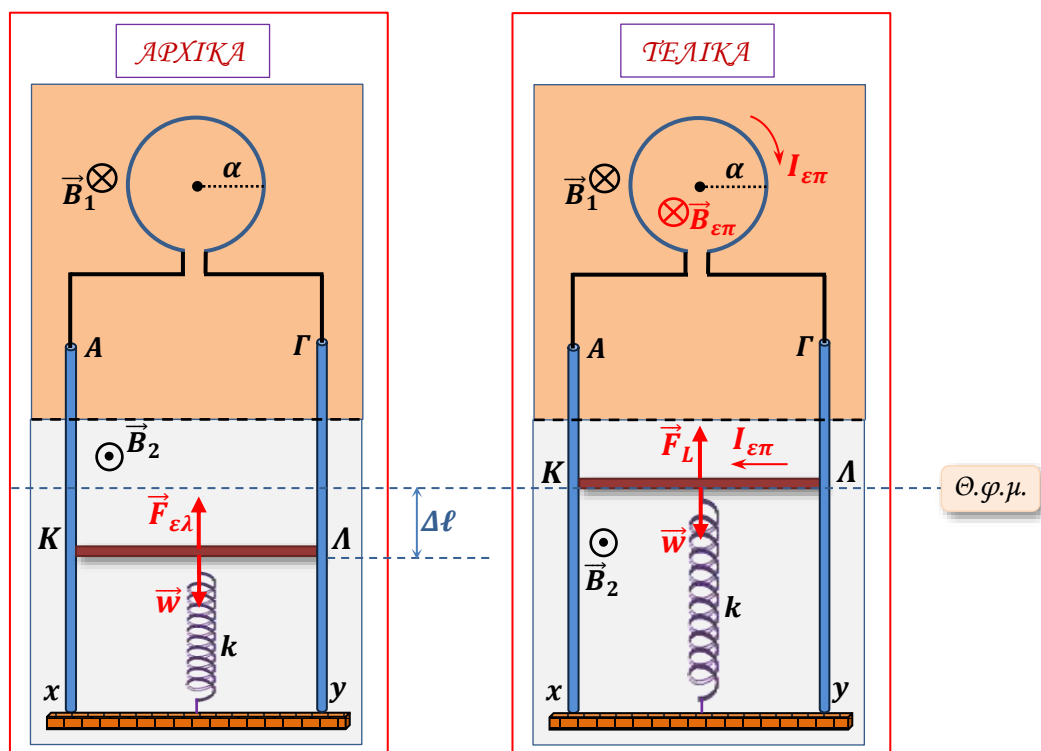
B.2. β

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} v_{max_1} = \omega_1 A_1 \\ v_{max_2} = \omega_2 A_2 \end{array} \right\} &\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v_{max_1} = 2\pi f_1 A_1 \\ v_{max_2} = 2\pi f_2 A_2 \end{array} \right\} \xRightarrow{(v_{max_1}=1,5v_{max_2})} 2\pi f_1 A_1 = 3\pi f_2 A_2 \xRightarrow{(A_1=A_2)} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f_1 = 1,5f_2 \Rightarrow 1,2f_o = 1,5f_2 \Rightarrow f_o = 1,25f_2 \quad (1)$$

$$\pi(\%) = \frac{f_o - f_2}{f_2} \cdot 100(\%) \xRightarrow{(1)} \pi(\%) = \frac{0,25f_2}{f_2} \cdot 100(\%) \Rightarrow \boxed{\pi(\%) = 25\%}$$

B.3. α



Αρχικά:

Δεν έχουμε μεταβολή μαγνητικής ροής μέσα από το πλαίσιο, επομένως δε δημιουργείται επαγωγικό ρεύμα. Στην ισορροπία της ράβδου ΚΛ ισχύει

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{\epsilon\lambda} = w \Rightarrow k\Delta\ell = mg \quad (1)$$

Τελικά:

Έχουμε μεταβολή μαγνητικής ροής μέσα από το πλαίσιο, επομένως δημιουργείται επαγωγικό ρεύμα.

Η φορά του ρεύματος $I_{\epsilon\pi}$ είναι από το άκρο Λ προς το άκρο Κ του αγωγού ΚΛ, ώστε η φορά της $\vec{F}_L$ να είναι προς τα άνω (σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων) και ο αγωγός να ισορροπεί στη θ.φ.μ. του ελατηρίου.

Η φορά του επαγωγικού ρεύματος $I_{\epsilon\pi}$ στο τετραγωνικό σύρμα είναι σύμφωνη με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού (όπως φαίνεται στο σχήμα). Επομένως, στο τετραγωνικό σύρμα θα δημιουργηθεί επαγωγικό μαγνητικό πεδίο $\vec{B}_{\epsilon\pi}$ με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα (σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού). Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, εάν το επαγωγικό μαγνητικό πεδίο έχει ίδια φορά με το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο $\vec{B}_1$ που ήδη υπάρχει στο πλαίσιο, η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο μειώνεται $\rightarrow \frac{\Delta B_1}{\Delta t} = -\lambda < 0$.

Σύμφωνα με το νόμο Faraday, η Η.Ε.Δ. από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πλαισίου ισούται με:

$$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = N \left| \frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t} \right| \Rightarrow \mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = N \left| \frac{\Delta(B_1 \cdot s)}{\Delta t} \right| \xrightarrow{(s=\pi\alpha^2)} \mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = N\pi\alpha^2 \left| \frac{\Delta B_1}{\Delta t} \right| \Rightarrow \mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = N\pi\alpha^2\lambda \quad (2)$$

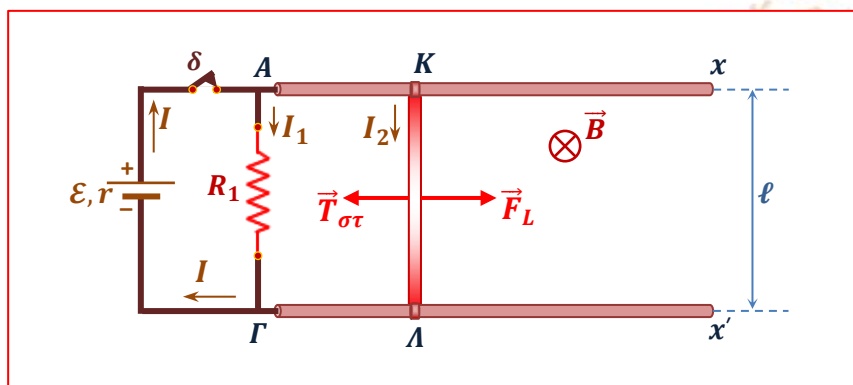
$$\text{και } I_{\varepsilon\pi} = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}}{R^* N 2\pi\alpha} \xrightarrow{(2)} I_{\varepsilon\pi} = \frac{N\pi\alpha^2\lambda}{R^* N 2\pi\alpha} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = \frac{\alpha\lambda}{2R^*} \quad (3)$$

Στη νέα ισορροπία της ράβδου ΚΛ ισχύει

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_L = w \Rightarrow B_2 \cdot I_{\varepsilon\pi} \cdot L = mg \xrightarrow{(1),(3)} B_2 \cdot \frac{\alpha\lambda}{2R^*} \cdot L = k\Delta\ell \Rightarrow \Delta\ell = \frac{B_2\lambda\alpha L}{2kR^*}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1.

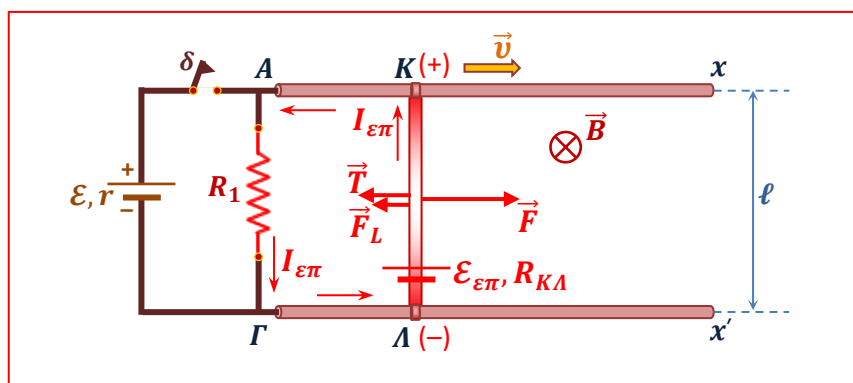


$$\left. \begin{array}{l} \text{Νόμος Ohm: } I = \frac{\varepsilon}{R_{o\lambda}} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_{1,K\Lambda} + r} \\ \text{όπου } R_{1,K\Lambda} = \frac{R_1 \cdot R_{K\Lambda}}{R_1 + R_{K\Lambda}} \Rightarrow R_{1,K\Lambda} = 1,5 \, \Omega \end{array} \right\} \Rightarrow I = \frac{16}{1,5 + 0,5} \, A \Rightarrow I = 8 \, A$$

$$V_{A\Gamma} = V_{K\Lambda} \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_{K\Lambda} \Rightarrow 6I_1 = 2I_2 \Rightarrow I_2 = 3I_1 \Rightarrow I_2 = 3(I - I_2) \Rightarrow 4I_2 = 3I \Rightarrow I_2 = 6 \, A$$

$$\text{Ισορροπία αγωγού: } \Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_L = T_{\sigma\tau} \Rightarrow B I_2 \ell = T_{\sigma\tau} \Rightarrow \boxed{T_{\sigma\tau} = 6 \, N}$$

Γ.2.



$$\text{Νόμος Ohm: } I_{\varepsilon\pi} = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}}{R'_{o\lambda}} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = \frac{Bv\ell}{R_1 + R_{K\Lambda}} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = \frac{v}{8} \Rightarrow 2 + t = \frac{v}{8} \Rightarrow \boxed{v = 16 + 8t} \text{ (S.I.)}$$

Επειδή η ταχύτητα είναι της μορφής $v = v_o + at$, η κίνηση του αγωγού ΚΛ είναι ομαλά επιταχυνόμενη προς τα δεξιά, με $v_o = 16 \text{ m/s}$ και $a = 8 \text{ m/s}^2$.

Γ.3.

i)

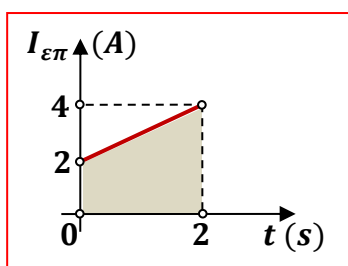
Ρυθμός έκλυσης θερμότητας λόγω φαινομένου Joule (ή θερμική ισχύς) στο κύκλωμα:

$$\frac{dQ_{R_{o\lambda}}}{dt} = P_{\theta} = I_{\varepsilon\pi}^2 \cdot R'_{o\lambda} \Rightarrow 128 = (2 + t_1)^2 \cdot (R_1 + R_{K\Lambda}) \Rightarrow 128 = (2 + t_1)^2 \cdot 8 \Rightarrow \\ \Rightarrow 16 = (2 + t_1)^2 \Rightarrow 2 + t_1 = 4 \Rightarrow \mathbf{t_1 = 2 \text{ s}}$$

$$\text{Άρα } V_{K\Lambda} = V_{A\Gamma} \Rightarrow V_{K\Lambda} = I_{\varepsilon\pi} R_1 \Rightarrow V_{K\Lambda} = (2 + t_1) R_1 \Rightarrow \boxed{V_{K\Lambda} = 24 \text{ V}}$$

ii)

α' τρόπος: Θα υπολογίσουμε το εμβαδό του διαγράμματος $I_{\varepsilon\pi} - t$.



$$I_{\varepsilon\pi} = 2 + t \Rightarrow \begin{cases} I_{\varepsilon\pi} = 2 \text{ A, για } t = 0 \text{ s} \\ I_{\varepsilon\pi} = 4 \text{ A, για } t_1 = 2 \text{ s} \end{cases}$$

$$q = \text{Εμβαδό } (I_{\varepsilon\pi} - t) \Rightarrow q = \frac{(4 + 2) \cdot 2}{2} \text{ C} \Rightarrow \boxed{q = 6 \text{ C}}$$

β' τρόπος: Θα χρησιμοποιήσουμε το νόμο Neumann.

$$q = \frac{\Delta\Phi}{R'_{o\lambda}} \Rightarrow q = \frac{B \cdot \Delta A}{R'_{o\lambda}} \Rightarrow q = \frac{B \cdot \ell \cdot \Delta x}{R'_{o\lambda}} \Rightarrow q = \frac{B \cdot \ell \cdot (v_o t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2)}{R_1 + R_{K\Lambda}} \Rightarrow \\ \Rightarrow q = \frac{(16 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2^2)}{6 + 2} \text{ C} \Rightarrow \mathbf{q = 6 \text{ C}}$$

Γ.4.

i) Τη χρονική στιγμή t_1 , η εξωτερική δύναμη $\vec{F}$ σταθεροποιείται στην τιμή:

$$\text{2ος Ν. Ν.: } \Sigma F_x = ma \Rightarrow F_1 - (F_L + T) = ma \Rightarrow F_1 = F_L + T + ma \Rightarrow F_1 = BI_{\varepsilon\pi} \ell + T + ma \Rightarrow \\ \Rightarrow F_1 = (2 + t_1) + 5 + 8 \xrightarrow{(t_1=2 \text{ s})} F_1 = 17 \text{ N}$$

Επειδή συνεχίζει να αυξάνεται το εμβαδό του κλειστού πλαισίου ΚΛΓΑΚ, εμφανίζεται επαγωγικό ρεύμα που λόγω του κανόνα Lenz θα έχει τέτοια φορά, ώστε να δημιουργεί δύναμη Laplace που να αντιστέκεται στην κίνηση.

Ο αγωγός ΚΛ εκτελεί **επιταχυνόμενη κίνηση με φθίνουσα επιτάχυνση**:

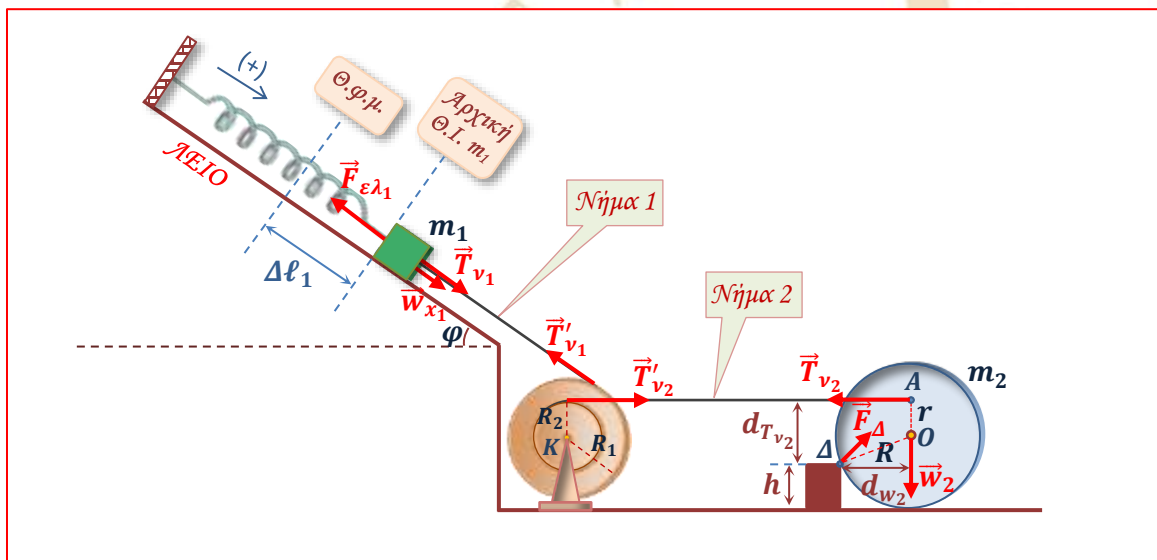
$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= F_1 - (F_L + T) = F_1 - (BI_{\varepsilon\pi}\ell + T) = F_1 - \left(B \frac{Bv\ell}{R'_{o\lambda}}\ell + T\right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \Sigma F_x &= F_1 - \left(\frac{B^2\ell^2}{R'_{o\lambda}}v + T\right) \Rightarrow \Sigma F_x = 12 - \frac{v}{8} \xrightarrow{(v_1=(16+8\cdot 2) \text{ m/s}=32 \text{ m/s})} \Sigma F_x > 0 \rightarrow |v| \uparrow \\ \text{και } \alpha &= \frac{\Sigma F_x}{m} \Rightarrow \alpha = 12 - \frac{v}{8} \xrightarrow{(|v|\uparrow)} |\alpha| \downarrow\end{aligned}$$

ii) Κάποια στιγμή, καθώς η ταχύτητα αυξάνεται, άρα και το μέτρο της $\vec{F}_L$, θα έχουμε:

$$\begin{aligned}v &= v_{op} \rightarrow a = 0 \rightarrow \Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_1 - (F_{L_{op}} + T) = 0 \Rightarrow F_1 = BI_{\varepsilon\pi_{op}}\ell + T \Rightarrow \\ \Rightarrow F_1 &= B \frac{\varepsilon_{\varepsilon\pi_{op}}}{R'_{o\lambda}}\ell + T \Rightarrow F_1 = B \frac{Bv_{op}\ell}{R_1 + R_{K\Lambda}}\ell + T \Rightarrow F_1 = \frac{B^2\ell^2}{R_1 + R_{K\Lambda}}v_{op} + T \Rightarrow \\ \Rightarrow F_1 - T &= \frac{B^2\ell^2}{R_1 + R_{K\Lambda}}v_{op} \Rightarrow v_{op} = \frac{(F_1 - T) \cdot (R_1 + R_{K\Lambda})}{B^2\ell^2} \Rightarrow \boxed{v_{op} = 96 \text{ m/s}}\end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1.



Ισοροπία περιστροφής δίσκου, ως προς το σημείο Δ:

$$\begin{aligned}\Sigma \tau^{(\Delta)} &= 0 \Rightarrow T_{v_2} \cdot d_{T_{v_2}} = w_2 \cdot d_{w_2} \Rightarrow T_{v_2} \cdot (R + r - h) = w_2 \cdot \sqrt{R^2 - (R - h)^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow T_{v_2} \cdot R &= w_2 \cdot \sqrt{\frac{3R^2}{4}} \Rightarrow T_{v_2} \cdot R = m_2 g \cdot \frac{\sqrt{3}R}{2} \Rightarrow T_{v_2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{40\sqrt{3}}{3} \text{ N} \Rightarrow \boxed{T_{v_2} = 20 \text{ N}}\end{aligned}$$

Δ.2.

Ισορροπία περιστροφής διπλής τροχαλίας, ως προς το κέντρο της Κ:

$$\Sigma \tau^{(K)} = 0 \Rightarrow T'_{v_2} \cdot R_2 = T'_{v_1} \cdot R_1 \xrightarrow{(R_1=2R_2)} T'_{v_1} = \frac{T'_{v_2}}{2}$$

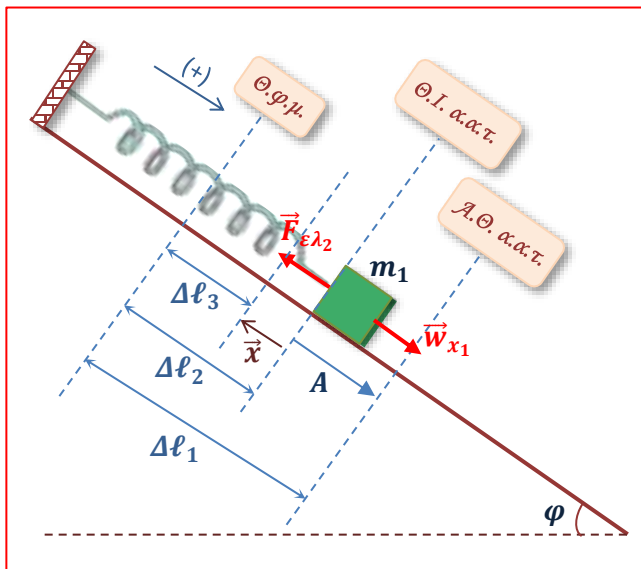
Αβαρή και μη εκτατά νήματα:

$$T'_{v_2} = T_{v_2} = 20 \text{ N} \text{ και } T_{v_1} = T'_{v_1} = \frac{T'_{v_2}}{2} = 10 \text{ N}$$

Ισορροπία μικρού σώματος m_1 (με τη βοήθεια του νήματος 1):

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda_1} = w_{x_1} + T_{v_1} \Rightarrow k\Delta\ell_1 = m_1 g \eta \mu \varphi + T_{v_1} \Rightarrow \boxed{\Delta\ell_1 = 0,3 \text{ m}}$$

Δ.3.



Θ.Ι. α.α.τ. του m_1 :

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda_2} = w_{x_1} \Rightarrow k\Delta\ell_2 = m_1 g \eta \mu \varphi \Rightarrow \Delta\ell_2 = 0,2 \text{ m}$$

Η αρχική θέση ισορροπίας του m_1 αποτελεί την κάτω ακραία θέση της α.α.τ. μετά το κόψιμο του νήματος 1, αφού ξεκινά με $v = 0$.

$$\text{Άρα } A = \Delta\ell_1 - \Delta\ell_2 \Rightarrow A = 0,1 \text{ m}$$

$$\text{Γωνιακή συχνότητα: } \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} \Rightarrow \omega = 5 \text{ rad/s}$$

$$\text{Αρχική φάση: } \eta \mu \varphi_o = \frac{x}{A} \xrightarrow{(t=0: x=A)} \eta \mu \varphi_o = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta \mu \varphi_o = \eta \mu \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_o = \begin{cases} 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2} \\ 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{2} \end{cases} \xrightarrow{(\kappa=0)} \varphi_o = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\text{Άρα } x = A \eta \mu(\omega t + \varphi_o) \Rightarrow \boxed{x = 0,1 \eta \mu\left(5t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (S.I.)}}$$

Δ.4.

$$\text{Α.Δ.Ε.Τ.: } E_T = K_T + U_T \Rightarrow \frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} D x^2 \Rightarrow k A^2 = m_1 v^2 + k \left(-\frac{A}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 v^2 = \frac{3}{4} k A^2 \xrightarrow{(v>0)} v = \frac{\sqrt{3}}{2} \omega A \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ m/s}$$

Ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας ταλάντωσης:

$$\frac{dK_T}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \Sigma F_x \cdot v = -D \cdot x \cdot v = -k \cdot x \cdot v \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dK_T}{dt} = -100 \cdot \left(-\frac{0,1}{2}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ J/s} \Rightarrow \boxed{\frac{dK_T}{dt} = 1,25\sqrt{3} \text{ J/s}}$$

Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση $x = -\frac{A}{2}$, η παραμόρφωση του ελατηρίου ισούται με $\Delta \ell_3 = \Delta \ell_2 - |x| \Rightarrow \Delta \ell_3 = (0,2 - 0,05) \text{ m} \Rightarrow \Delta \ell_3 = 0,15 \text{ m}$ (κοίτα παραπάνω σχήμα).

Ρυθμός μεταβολής δυναμικής ενέργειας ελατηρίου:

$$\frac{dU_{\varepsilon\lambda}}{dt} = -\frac{dW_{F_{\varepsilon\lambda}}}{dt} = F_{\varepsilon\lambda} \cdot v \xrightarrow{(\text{απομάκρυνση από θ.φ.μ.: } \Delta U_{\varepsilon\lambda} > 0)} \frac{dU_{\varepsilon\lambda}}{dt} = k \cdot \Delta \ell_3 \cdot v \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dU_{\varepsilon\lambda}}{dt} = 100 \cdot 0,15 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ J/s} \Rightarrow \boxed{\frac{dU_{\varepsilon\lambda}}{dt} = 3,75\sqrt{3} \text{ J/s}}$$

Δ.5.

$$\Sigma \varepsilon t = t_1: A_1 = \frac{A_o}{2} \Rightarrow A_o e^{-\Lambda t_1} = \frac{A_o}{2} \Rightarrow e^{-\Lambda t_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow -\Lambda t_1 = -\ln 2 \Rightarrow t_1 = \frac{\ln 2}{\Lambda}$$

$$\Sigma \varepsilon t = t_2: A_2 = A_o e^{-\Lambda t_2} \Rightarrow A_2 = A_o e^{-\Lambda(2\frac{\ln 2}{\Lambda})} \Rightarrow A_2 = A_o e^{-\Lambda(2t_1)} \Rightarrow A_2 = A_o (e^{-\Lambda t_1})^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_2 = A_o \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow A_2 = \frac{A_o}{4}$$

$$\text{Άρα } \pi(\%) = \frac{E_2 - E_o}{E_o} \cdot 100(\%) = \left(\frac{E_2}{E_o} - 1\right) \cdot 100(\%) = \left(\frac{\frac{1}{2}DA_2^2}{\frac{1}{2}DA_o^2} - 1\right) \cdot 100(\%) \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{(A_2 = \frac{A_o}{4})} \pi(\%) = \left(\frac{\frac{A_o^2}{16}}{A_o^2} - 1\right) \cdot 100(\%) = \left(\frac{1}{16} - \frac{16}{16}\right) \cdot 100(\%) \Rightarrow \boxed{\pi(\%) = -\frac{1500}{16} \%}$$