

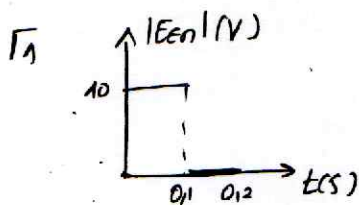
## ΣΥΝΤΟΜΕΣ ΑΥΣΕΙΣ

$$A_1 \rightarrow \alpha, A_2 \rightarrow \beta, A_3 \rightarrow \delta, A_4 \rightarrow \alpha, A_5 \rightarrow 1, 2, 3, 1, 1$$

$$B_1 \rightarrow (iii)$$

$$B_2 \rightarrow (iii)$$

$$B_3 \rightarrow (ii)$$



$$\Gamma_2 Q = 50 J$$

$$\Gamma_3 100\%$$

$$\Gamma_4 10^{-4} N \text{ προς } \alpha \text{ διεγείρει}$$

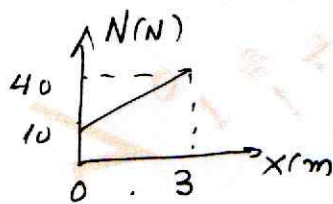
$\Delta_1$

$$\Delta_2 \text{ a. } x_{\text{cm}} = 27/8 \text{ m} = 3,375 \text{ m}$$

$$\text{b. } |v| = 4,5\sqrt{2} \text{ m/s}$$

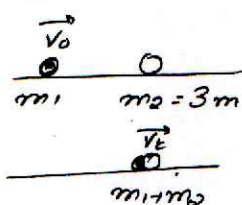
$$\Delta_3 W_{F_{\text{ελ}}} = 7,5 J$$

$$\Delta_4 N = 10 + 10x \quad 0 \leq x \leq 3 \text{ m}$$



ΘΕΜΑ Α:  $A_1 \rightarrow \alpha$ ,  $A_2 \rightarrow \beta$ ,  $A_3 \rightarrow \delta$ ,  $A_4 \rightarrow \alpha$ ,  $A_5$  1, 2, 3, 1, 1.

B<sub>1</sub> (iii)



α' τρόπον ΑΔΟ:  $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_\kappa \Rightarrow m_1 \cdot v_0 = (m_1 + m_2) v_\kappa \Rightarrow$   
 $m_1 \cdot v_0 = 4m_1 \cdot v_\kappa \Rightarrow v_\kappa = v_0/4$

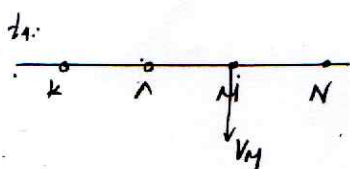
$$\left. \begin{aligned} K_{\text{κοιν}} &= \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_\kappa^2 = \frac{1}{2} \cdot 4m_1 \cdot \frac{v_0^2}{16} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \frac{v_0^2}{4} \\ K_{\text{αρχ}} &= K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_0^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\frac{K_{\text{κοιν}}}{K_1} = \frac{1}{4}$$

β' τρόπον: ΑΔΟ:  $\vec{p}_1 = \vec{p}_\kappa$

$$\frac{K_{\text{κοιν}}}{K_1} = \frac{p_\kappa^2 / 2(m_1 + m_2)}{p_1^2 / 2m_1} = \frac{p_\kappa^2 \cdot 2m_1}{p_1^2 \cdot 2(m_1 + m_2)} = \frac{m_1}{4m_1} = \frac{1}{4}$$

B<sub>2</sub> (iii)



Αφού  $\phi_M < \phi_A$  το κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά κι

$$v_K > v_A > v_M > v_N.$$

Αφού η ταχ:  $y_M = 0$  κι  $v_M = -\omega A$ :  $\phi_M = 2\pi n + \pi$

Την  $t_2 = t_1 + \frac{3T}{2}$  η φάση τα αλφει του Μ θα είναι

αυξημένη κατά  $\Delta\phi = \omega \Delta t \Rightarrow \phi_M' - \phi_M = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{3T}{2} \Rightarrow$

$$\phi_M' - \phi_M = 3\pi \text{ rad.} \Rightarrow$$

$$\phi_M' = 2\pi n + \pi + 3\pi \Rightarrow \phi_M' = 2\pi n + 4\pi \text{ άρα το}$$

Μ θα βρίσκεται στο ΘΙ του  $y_M = +\omega A$

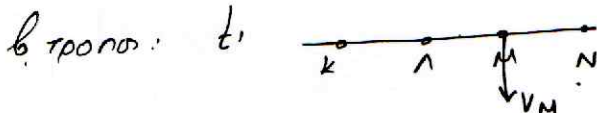
Αφού  $\Delta\phi_{MN} = \phi_M - \phi_N = 2\pi \left( \frac{p}{\lambda} t - \frac{x_N}{\lambda} \right) - 2\pi \left( \frac{p}{\lambda} t - \frac{x_M}{\lambda} \right) = 2\pi \left( \frac{x_M - x_N}{\lambda} \right)$

$$\Rightarrow \Delta\phi_{MN} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \Delta\phi_{MN} = \frac{\pi}{2} \text{ τότε την } t_2: \phi_M' - \phi_N' = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \phi_N' = 2\pi n + 4\pi - \frac{\pi}{2}$$

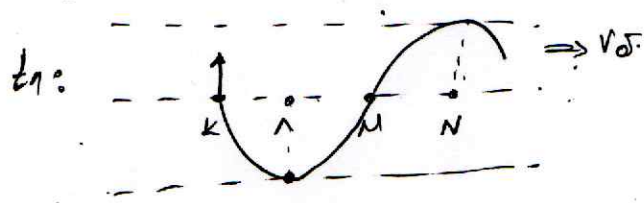
$$\Rightarrow \phi_N' = 2\pi n + \frac{7\pi}{2} \text{ κι } y_N = A \sin \phi_N' = A \sin \left( 2\pi n + \frac{7\pi}{2} \right) = A \sin \left( 3\pi + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\Rightarrow y_N = A \sin \left( \pi + \frac{\pi}{2} \right) \Rightarrow \boxed{y_N = -A}$$

Ομοίως:  $\phi_A' - \phi_M' = 2\pi \left( \frac{x_M - x_A}{\lambda} \right) \Rightarrow \phi_A' - \phi_M' = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \phi_A' = 2\pi n + 4\pi + \frac{\pi}{2}$  άρα  $y_A = A \sin \phi_A' = +A$ .



Αφού κάθε μασίο ανεφράση το προηγούμενο ε κάθε  $\frac{T}{4}$  πρσ το οωω το μασίο. εση το αντωθεί για  $\frac{T}{4}$  περίοδοττα τοτ την  $t_1$  το β.σφμωσση του εφωτος την  $t_1$  εσην περιοχή  $\times \Lambda \mu \mu$  εινε



αφ  $y_K = 0, v_K = +\omega A$  ( $\theta \text{ I } > 0$ )  
 $y_\Lambda = -A, v_\Lambda = 0$  ( $-A\theta$ )  
 $y_\mu = 0, v_\mu = -\omega A$  ( $\theta \text{ I } < 0$ )  
 $y_N = A, v_N = 0$  ( $+A\theta$ )

Μετα απο  $3\frac{T}{2}$  πηη την  $t_1$  κάθε μασίο εση το αντωθεί για  $T + \frac{T}{2}$  αροβη

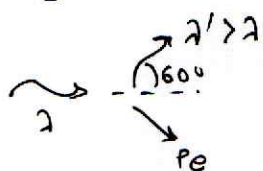
- οση το  $(\kappa)$  θα εινω οη  $\theta \text{ I } < 0$   $\mu \text{ I } < 0$   
 (Λ) οη  $+A\theta$  τοτ  
 (Μ)  $\theta \text{ I } > 0$   
 (Ν)  $-A\theta$  τοτ.



# αξία

ΟΜΙΑΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

B3. (ii)



$$E_{\text{κφ}}: E_G' = K_e \quad (1)$$

$$AΔE: E_G = E_G' + K_e \quad (2)$$

$$\theta = 60^\circ: \lambda' = \lambda + \lambda_c (1 - \cos 60^\circ) \Rightarrow \lambda' = \lambda + \frac{\lambda_c}{2}$$

$$(2) \stackrel{(1)}{\Rightarrow} E_G = 2E_G' \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = 2 \frac{hc}{\lambda'} \Rightarrow \lambda' = 2\lambda \quad \left. \vphantom{\frac{hc}{\lambda}} \right\} \lambda = \frac{\lambda_c}{2}$$

$$\text{από } E_G = \frac{hc}{\lambda} = \frac{h \cdot c}{\frac{\lambda_c}{2}} = \frac{2 \cdot h \cdot c}{\frac{h}{m \cdot c}} = 2mc^2$$



ΘΕΜΑ Γ

Γ<sub>1</sub>. Από δ/κα B-t:

Από 0s ως 0,1s η ένταση του  $\vec{B}$  αυξάνεται γραμμικά με τον χρόνο:

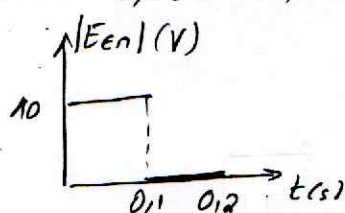
$$\frac{dB}{dt} = \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{0,5-0}{0,1-0} = 5 \text{ T/s} \quad (\text{m' } dB/dt = 5 \text{ T/s})$$

Από τη ροή ενός κυκλωσίου αυξάνεται γραμμικά με τον χρόνο

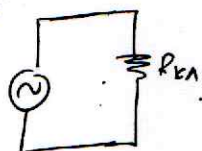
και στο πηνίο αναπτύσσεται ΗΕΔ σταθερού μέτρου:

$$|E_{\text{en}}| = N \cdot \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = N \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot A \Rightarrow \boxed{|E_{\text{en}}| = 10 \text{ V}}$$

Από 0,1s  $\rightarrow$  0,2s το B παραμένει σταθερό οπότε,  $E_{\text{en}} = 0 \text{ V}$



Γ<sub>2</sub>



$$Q_{\text{Ren}} = I_{\text{en}}^2 \cdot R_{\text{en}} \cdot \Delta t \Rightarrow Q_R = I_{\text{en}}^2 \cdot R_{\text{en}} \cdot T \quad (1)$$

$$\Delta t: \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{50\pi} \Rightarrow T = \frac{1}{25} \text{ s}$$

$$I_{\text{en}} = \frac{I}{\sqrt{2}} = \frac{V}{R_{\text{en}} \cdot \sqrt{2}} = \frac{N\omega BA}{\sqrt{2} \cdot R_{\text{en}}} \Rightarrow I_{\text{en}} = 2,5\pi \sqrt{2} \text{ A}$$

$$\text{οπδ } \boxed{Q_{\text{Ren}} = 50 \text{ J}}$$

Γ<sub>3</sub>. Αν  $\omega' = 2\omega$  τότε  $T' = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{2\pi}{2\omega} \Rightarrow T' = \frac{T}{2}$

$$I_{\text{en}}' = \frac{N\omega' BA}{\sqrt{2} R_{\text{en}}} = \frac{N \cdot 2\omega BA}{\sqrt{2} \cdot R_{\text{en}}} \Rightarrow I_{\text{en}}' = 2I_{\text{en}}$$

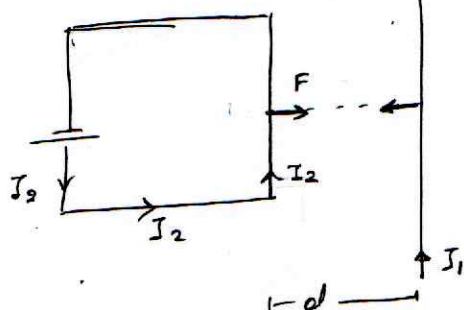
$$\text{οπδ } Q_{\text{Ren}}' = I_{\text{en}}'^2 \cdot R \cdot T' = 4I_{\text{en}}^2 \cdot R \cdot \frac{T}{2} = 2I_{\text{en}}^2 R T \Rightarrow \boxed{Q_{\text{Ren}}' = 2Q_{\text{Ren}}}$$

$$\text{και } \eta\% = \frac{Q_{\text{Ren}}' - Q_{\text{Ren}}}{Q_{\text{Ren}}} \cdot 100\% = \frac{2Q_{\text{Ren}} - Q_{\text{Ren}}}{Q_{\text{Ren}}} \Rightarrow \boxed{\eta\% = 100\%}$$



ΟΜΙΛΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Γ<sub>4</sub>

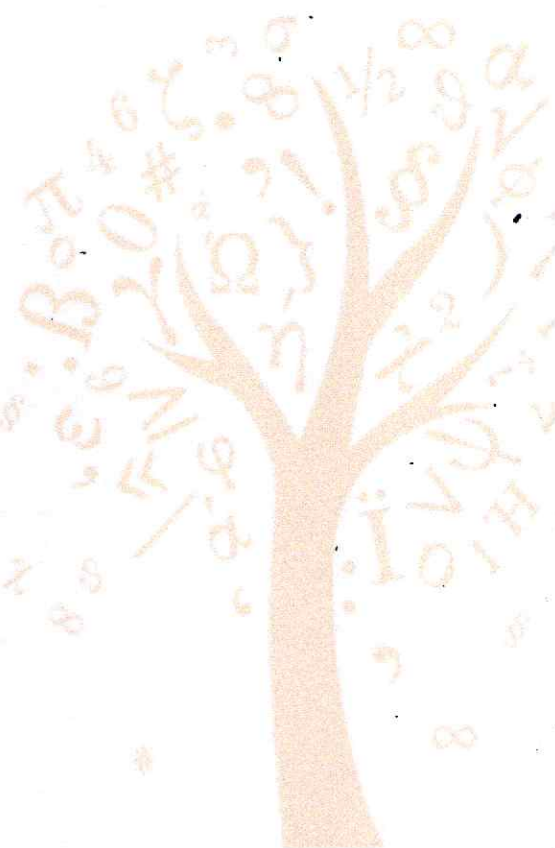


$$F = B_1 \cdot I_2 \cdot l = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I_1}{d} \cdot I_2 \cdot l$$

$$\text{όπου } I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{κλ}}}$$

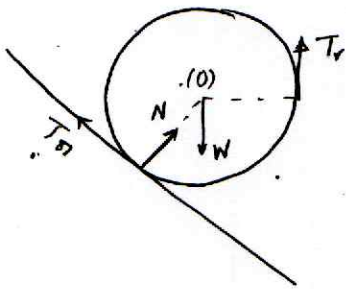
$$\text{όρα } F = 10^{-4} \text{ N} \text{ ηρπ τα δεξια σφου}$$

$$I_1, I_2 : \text{ομορπονα.}$$



### ΘΕΜΑ Δ

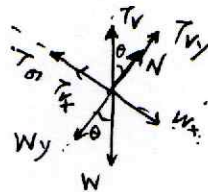
Δ1. Α ΤΡΟΠΟΣ 2 για υπολογισμό  $T_v$ :



Το στεφανί ισορροπεί δεχόμενο  $\vec{T}_v, \vec{W}, \vec{N}$  &  $\vec{T}_\sigma$  από την ράβδο

$$\sum \vec{F}(O) = 0 \Rightarrow \vec{T}_{Tv}(O) + \vec{T}_{T\sigma}(O) + \vec{T}_W(O) + \vec{T}_N(O) = 0 \quad (*)$$

$$T_v \cdot R - T_\sigma \cdot R + 0 + 0 = 0 \Rightarrow \boxed{T_v = T_\sigma} \quad (1)$$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow W_x = T_\sigma + T_{vx} \Rightarrow$$

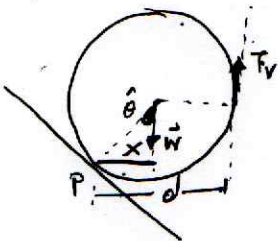
$$N g \cdot \sin \theta = T_\sigma + T_v \cdot \sin \theta \quad (1)$$

$$N g \sin \theta = T_v (1 + \sin \theta)$$

$$4 \cdot 10 \cdot 0,6 = T_v (1 + 0,6) \Rightarrow 24 = T_v \cdot 1,6 \Rightarrow$$

$$T_v = \frac{24}{1,6} = \frac{240}{16} \Rightarrow \boxed{T_v = 15 \text{ N}}$$

Β ΤΡΟΠΟΣ



Ος προς το (P) ο βολίνας του βαρικού είναι x:

$$\sin \theta = \frac{x}{R} \Rightarrow x = R \cdot \sin \theta$$

$$\text{Ερω ο βολίνας του } T_v \text{ είναι } d = x + R \Rightarrow d = R \sin \theta + R$$

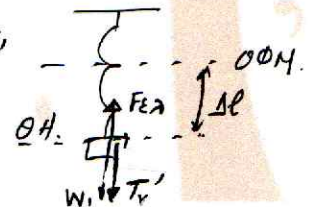
$$\text{αφ' } \sum \vec{F}(P) = 0 \Rightarrow \vec{T}_W(P) + \vec{T}_{Tv}(P) = 0 \Rightarrow -N g \cdot x + T_v \cdot d = 0 \Rightarrow$$

$$N g \cdot \sin \theta = T_v R (1 + \sin \theta) \Rightarrow T_v = \frac{N g \sin \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{40 \cdot 0,6}{1 + 0,6} = \frac{60}{1,6} = \frac{60}{4} = 15 \text{ N}$$

Σ1: Ισορροπεί δεχόμενο  $\vec{T}_v'$  (αδ. νηκ  $T_v' = T_v = 15 \text{ N}$ ),  $\vec{F}_{\text{ελ}}$ ,  $\vec{W}$ ,

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow F_{\text{ελ}} = W + T_v' \Rightarrow \kappa \Delta \rho = 15 + 15 \Rightarrow \Delta \rho = \frac{30}{60}$$

$$\boxed{\Delta \rho = 0,5 \text{ m}}$$

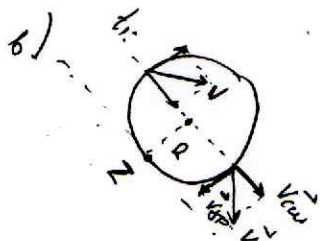




ΘΕΜΑ Δ

- Δ2. Το στεφάνι είναι κενό από  $\vec{v}_{\text{cm}} = 0 \Rightarrow v_{\text{cm}} = \omega R$ ,  $a_{\text{cm}} = a_f R$ ,  $\kappa_{\text{cm}} = R \cdot \Delta\theta$ .  
 Η ταχύτητα του Z επιδεικνύεται για 1<sup>η</sup> φορά στην κορυφή στην κατάσταση όπου η ταχύτητα του δίνει μέγεθος στο διάνυσμα  $\vec{v}_{\text{cm}}$  ίσο με  $\Delta\theta = \pi \text{ rad}$ .  
 Για 2<sup>η</sup> φορά θα βρεθεί στην κατάσταση όπου η ταχύτητα του δίνει μέγεθος στο διάνυσμα  $\vec{v}_{\text{cm}}$  ίσο με  $\Delta\theta = 2\pi \text{ rad}$ .  
 Από αυτό έχουμε ότι το στεφάνι έχει διαγράψει  $3\pi \text{ rad}$ .

Από  $\kappa_{\text{cm}} = R \cdot \Delta\theta = \frac{9}{8\pi} \cdot 3\pi \Rightarrow \boxed{\kappa_{\text{cm}} = \frac{27}{8} \text{ m}} \Rightarrow \kappa_{\text{cm}} = 3,375 \text{ m}$ .



Για τα μέγεθος που ανέρχονται R από τη δοκίμια ταχύτητα  $\vec{v}_{\text{cm}} \perp \vec{v}_{\text{cp}}$

$$\vec{v} = \vec{v}_{\text{cm}} + \vec{v}_{\text{cp}} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{v_{\text{cm}}^2 + v_{\text{cp}}^2} = \sqrt{v_{\text{cm}}^2 + v_{\text{cm}}^2} = \sqrt{2} v_{\text{cm}}$$

όπου  $v_{\text{cm}} = a_{\text{cm}} \cdot t_1$

$$t_1: \kappa_{\text{cm}} = \frac{27}{8} \Rightarrow \frac{1}{2} a_{\text{cm}} t_1^2 = \frac{27}{8} \Rightarrow a_{\text{cm}} \cdot 1,5^2 = \frac{27}{4} \Rightarrow a_{\text{cm}} \cdot \frac{9}{4} = \frac{27}{4} \Rightarrow$$

$$a_{\text{cm}} = 3 \text{ m/s}^2 \quad \text{από } v_{\text{cm}} = 3 \cdot 1,5 = 4,5 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \boxed{|\vec{v}| = 4,5 \sqrt{2} \text{ m/s}}$$

(εξισορροκία ροτού:  $\Delta\theta = 3\pi \Rightarrow \frac{1}{2} a_f t_1^2 = 3\pi \Rightarrow \frac{1}{2} a_f \cdot \frac{9}{4} = 3\pi \Rightarrow a_f = \frac{24\pi}{9} \text{ r/s}^2$

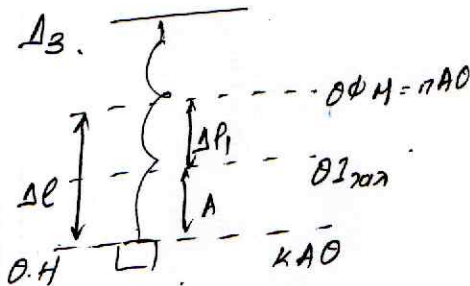
$$a_{\text{cm}} = a_f R = \frac{24\pi}{9} \cdot \frac{9}{8\pi} = 3 \text{ m/s}^2 \quad \kappa_{\text{cm}} = a_{\text{cm}} t_1 = 4,5 \text{ m/s})$$

$$\kappa' \quad \omega = a_f t = \frac{24\pi}{9} \cdot \frac{3}{2} = \frac{12\pi}{3} = 4\pi \text{ r/s} \quad \kappa_{\text{cm}} = \omega R = 4\pi \cdot \frac{9}{8\pi} = 4,5 \text{ m/s}$$





ΟΜΙΑΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



Κομβικά να γράψω το μη ξέκινα από τις επιδράσεις ταχύτητας δηλ η αρχική θέση ηρεμίας (ΘΗ) αντιστοιχεί στην κ.Α.Θ για ταλάντωση

ΘΣ:  $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ} = W \Rightarrow k \Delta \rho_1 = mg \Rightarrow \Delta \rho_1 = \frac{15}{60} = \frac{1}{4} m$

$\Delta \rho_1 = 0,25 m$  β' από σχήμα  $A = \Delta \rho - \Delta \rho_1 = 0,25 m$

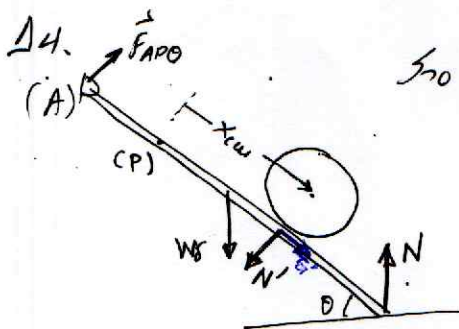
Η περίοδος για ταλάντωση είναι  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{1,5}{60}} = \frac{2\pi}{\sqrt{40\pi}}$

$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{40\pi}} \approx T = 1 sec$

Από από 0 ως  $t_1 = 1,5 sec$  έχει εκτελέσει 1,5 ταλάντωση και βρίσκεται στην ΠΑΘ για 2<sup>η</sup> φορά. Αφού  $A = \Delta \rho_1$  η ΠΑΘ συμπίπτει με την ΘΦΗ

από  $W_{F_{ελ}} = U_{ελ}(t_2) - U_{ελ}(t_1) = U_{ελ}(κΑΘ) - U_{ελ}(ΘΦΗ) = +\frac{1}{2} k \cdot \Delta \rho^2$

$\Rightarrow W_{F_{ελ}} = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 0,5^2 = \frac{60}{8} = \frac{30}{4} \Rightarrow \boxed{W_{F_{ελ}} = 7,5 J}$



Στο σχήμα έχουν σημειωθεί οι δυνάμεις που δρουν στην δοκό:

όπου  $N'$  η κάθετη δύναμη που δρουν από το στερεό για το στερεό:  $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - Mg \cdot \sin \theta = 0 \Rightarrow N = Mg \sin \theta$

από  $N' = N = Mg \sin \theta \Rightarrow N' = 32 N$

στη συνέχεια ισορροπία δοκού ως προς (Α)

$\Sigma \tau(A) = 0 \Rightarrow \vec{r}_{W_\delta(A)} + \vec{r}_{N'(A)} + \vec{r}_{N(A)} = 0 \Rightarrow$

$m_\delta \cdot g \cdot \frac{l}{2} \sin \theta + N' \cdot (AP + x_{cm}) - N \cdot l \cdot \sin \theta = 0 \Rightarrow$

$m_\delta \cdot g \cdot \frac{l}{2} \sin \theta + Mg \cdot \sin \theta (AP + x) - N \cdot l \cdot \sin \theta = 0 \Rightarrow$

$N \cdot l = m_\delta \cdot g \cdot \frac{l}{2} + M \cdot g (AP + x) \Rightarrow N \cdot 4 = 10 \cdot 2 + 40(0,5 + x)$

$\Rightarrow N = 5 + 5 + 10x \Rightarrow N = 10 + 10x \quad 0 \leq x \leq 3 m$

