

ΜΑΘΗΜΑ

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΛΥΣΕΙΣ

ΤΑΞΗ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΣΤΕΑ ΥΛΗ:

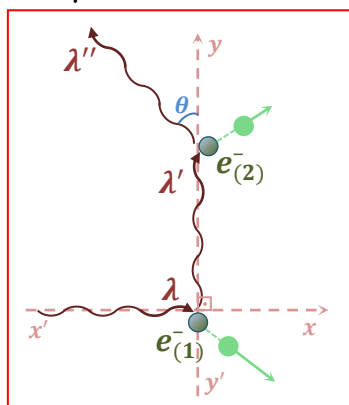
ΟΛΗ

ΘΕΜΑ Α

A.1. α A.2. β A.3. β A.4. δ A.5. α, Σ, β, Λ, γ, Λ, δ, Σ, ε, Σ

ΘΕΜΑ Β

B.1. γ


1^η σκέδαση:

$$\lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos \varphi) \Rightarrow \frac{3}{2} \lambda_c - \lambda = \lambda_c (1 - \cos 90^\circ) \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{(\cos 90^\circ = 0)} \frac{3}{2} \lambda_c - \lambda = \lambda_c \Rightarrow \lambda = \frac{3}{2} \lambda_c - \lambda_c \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2} \lambda_c \quad (1)$$

$$\text{Α.Δ.Ε.: } E_\varphi = E'_\varphi + K_{e(1)} \Rightarrow h \frac{c}{\lambda} = h \frac{c}{\lambda'} + K_{e(1)} \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{(1)} 2h \frac{c}{\lambda_c} = \frac{2}{3} h \frac{c}{\lambda_c} + K_{e(1)} \Rightarrow K_{e(1)} = \frac{4}{3} h \frac{c}{\lambda_c} \quad (2)$$

2^η σκέδαση:

$$p'' = \frac{3}{4} p' \Rightarrow \frac{h}{\lambda''} = \frac{3}{4} \frac{h}{\lambda'} \Rightarrow \lambda'' = \frac{4}{3} \lambda' \Rightarrow \lambda'' = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2} \lambda_c \Rightarrow \lambda'' = 2 \lambda_c \quad (3)$$

$$\text{Α.Δ.Ε.: } E'_\varphi = E''_\varphi + K_{e(2)} \Rightarrow h \frac{c}{\lambda'} = h \frac{c}{\lambda''} + K_{e(2)} \xrightarrow{(3)} \frac{2}{3} h \frac{c}{\lambda_c} = \frac{1}{2} h \frac{c}{\lambda_c} + K_{e(2)} \Rightarrow K_{e(2)} = \frac{1}{6} h \frac{c}{\lambda_c} \quad (4)$$

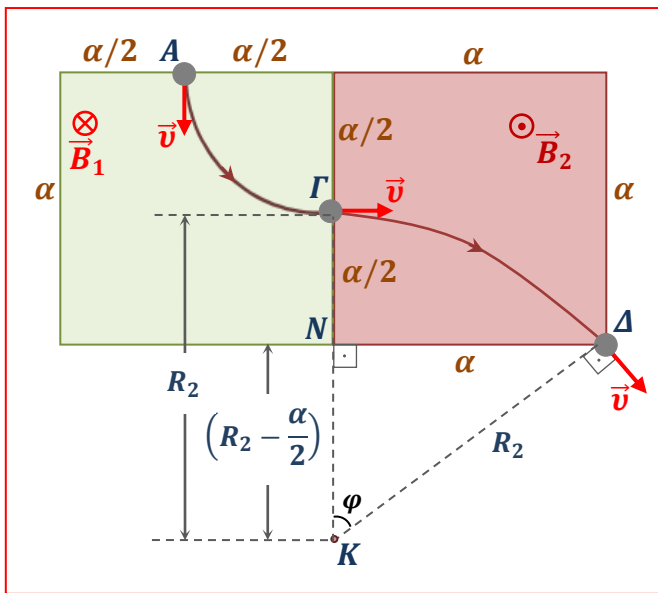
$$\text{Από τις σχέσεις (2), (4)} \rightarrow \frac{K_{e(1)}}{K_{e(2)}} = \frac{\frac{4}{3} h \frac{c}{\lambda_c}}{\frac{1}{6} h \frac{c}{\lambda_c}} \Rightarrow \frac{K_{e(1)}}{K_{e(2)}} = \frac{24}{3} \Rightarrow \boxed{\frac{K_{e(1)}}{K_{e(2)}} = 8}$$

B.2. γ

- Ακτίνα κυκλικής τροχιάς στο 1^ο μαγνητικό πεδίο:

$$R_1 = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \frac{mv}{B_1 q} = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow v = \frac{B_1 q \alpha}{2m} \quad (1)$$

- Ακτίνα κυκλικής τροχιάς στο 2^ο μαγνητικό πεδίο:



$$\text{Τρίγωνο } \widehat{K\hat{N}\Delta}: R_2^2 = \alpha^2 + \left(R_2 - \frac{\alpha}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_2^2 = \alpha^2 + R_2^2 + \frac{\alpha^2}{4} - R_2\alpha \Rightarrow$$

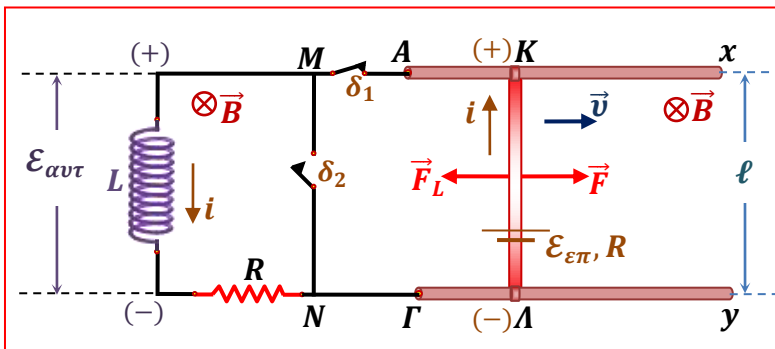
$$\Rightarrow R_2\alpha = \frac{5\alpha^2}{4} \Rightarrow R_2 = \frac{5\alpha}{4} \quad (v = \sigma\tau\alpha\theta.)$$

$$\Rightarrow \frac{mv}{B_2q} = \frac{5\alpha}{4} \Rightarrow v = \frac{5B_2q\alpha}{4m} \quad (2)$$

$$\text{Από τις σχέσεις (1), (2)} \rightarrow \frac{B_1q\alpha}{2m} = \frac{5B_2q\alpha}{4m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{B_1 = 2,5B_2}$$

B.3.1. β



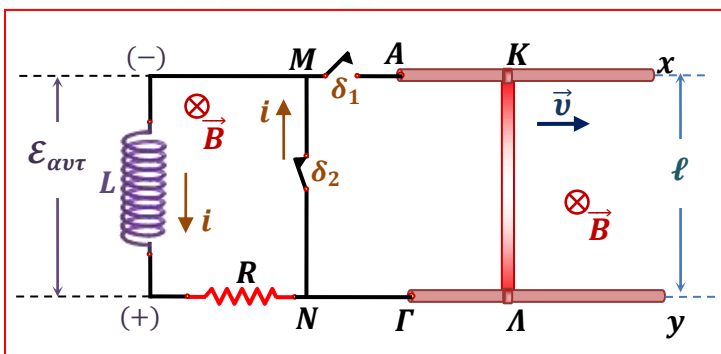
δ₁: κλειστός, δ₂: ανοιχτός

$$i_1 = \frac{I_o}{2} \Rightarrow \frac{\varepsilon_{επ} - |\varepsilon_{αντ_1}|}{2R} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon_{επ}}{2R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |\varepsilon_{αντ_1}| = \frac{\varepsilon_{επ}}{2} \Rightarrow L \left| \frac{di_1}{dt} \right| = \frac{Bv\ell}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\left| \frac{di_1}{dt} \right| = \frac{Bv\ell}{2L}} \quad (1)$$

B.3.2. β



δ₁: ανοιχτός, δ₂: κλειστός

$$\text{Α. Δ. Ε.: } Q_{R_{o\lambda}} = U_L \Rightarrow Q_{R_{o\lambda}} = \frac{1}{2} LI_o^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_{R_{o\lambda}} = \frac{1}{2} L \left(\frac{\varepsilon_{επ}}{2R} \right)^2 \Rightarrow Q_{R_{o\lambda}} = \frac{L}{8R^2} \cdot \varepsilon_{επ}^2 \Rightarrow$$

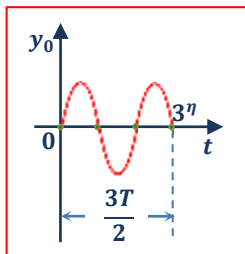
$$\Rightarrow Q_{R_{o\lambda}} = \frac{L}{8R^2} \cdot (Bv\ell)^2 \quad (1)$$

$$\Rightarrow Q_{R_{o\lambda}} = \frac{L}{8R^2} \cdot \left(2L \left| \frac{di_1}{dt} \right| \right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_{R_{o\lambda}} = \frac{L}{8R^2} \cdot 4L^2 \left| \frac{di_1}{dt} \right|^2 \Rightarrow \boxed{Q_{R_{o\lambda}} = \frac{L^3}{2R^2} \left| \frac{di_1}{dt} \right|^2}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1. Από τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης της πηγής με το χρόνο, βλέπουμε ότι:



$$\Delta t = \frac{3T}{2}. \text{ Άρα: } \Delta x = v_{\delta} \cdot \Delta t \xrightarrow{(\Delta x = L - 0,5)} 0,6 = 0,8 \cdot \frac{3T}{2} \Rightarrow T = 0,5 \text{ s.}$$

$$v_{\delta} = \lambda \cdot f \Rightarrow v_{\delta} = \lambda \cdot \frac{1}{T} \Rightarrow \lambda = v_{\delta} \cdot T \Rightarrow \lambda = 0,4 \text{ m.}$$

$$y = A \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow y = A \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{0,5} - \frac{x}{0,4} \right) \Rightarrow$$

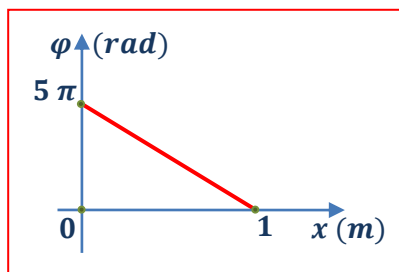
$$\Rightarrow \boxed{y = 0,1 \cdot \eta\mu 2\pi (2t - 2,5x)} \text{ (S.I.)}$$

$$\text{όπου } 0 \leq x \leq L = 1,1 \text{ m και } 0 \leq t \leq \frac{L}{v_{\delta}} = 1,375 \text{ s}$$

Γ.2. Ο χρόνος που περνάει για ένα σημείο, από τη στιγμή έναρξης της ταλάντωσής του μέχρι να αποκτήσει για 2^η συνεχόμενη φορά μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα ταλάντωσης, ισούται με μία περίοδο T.

$$t_1 = t_M + T \Rightarrow t_1 = \frac{x_M}{v_{\delta}} + T \Rightarrow t_1 = \frac{1,5\lambda}{v_{\delta}} + T \Rightarrow t_1 = \left(\frac{1,5 \cdot 0,4}{0,8} + 0,5 \right) \text{ s} \Rightarrow t_1 = 1,25 \text{ s}$$

$$\text{Άρα: } x_1 = v_{\delta} \cdot t_1 \Rightarrow x_1 = (0,8 \cdot 1,25) \text{ m} \Rightarrow x_1 = 1 \text{ m}$$



$$\varphi = 2\pi(2t - 2,5x) \xrightarrow{(t_1 = 1,25 \text{ s})} \boxed{\varphi_1 = 5\pi - 5\pi x} \text{ (S.I.)}$$

x (m)	φ (rad)
0	5π
1	0

Γ.3.

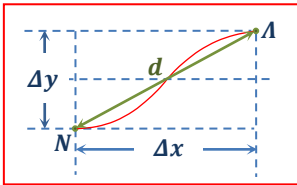
$$y = y_1 + y_2 \Rightarrow y = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{x}{\lambda} \cdot \eta\mu 2\pi \frac{t'}{T} \Rightarrow \mathbf{y = 0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu 5\pi x \cdot \eta\mu 4\pi t'} \text{ (S.I.)}$$

$$\text{Για } t' = \frac{3}{8} \text{ s: } y = 0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu 5\pi x \cdot \eta\mu \left(4\pi \frac{3}{8} \right) \Rightarrow y = 0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu 5\pi x \cdot \eta\mu \frac{3\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = -0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu 5\pi x \Rightarrow \begin{cases} y_N = -0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu (5\pi \cdot 0,8) \\ y_A = -0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu (5\pi \cdot 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_N = -0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu 4\pi \\ y_A = -0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu 5\pi \end{cases} \Rightarrow$$

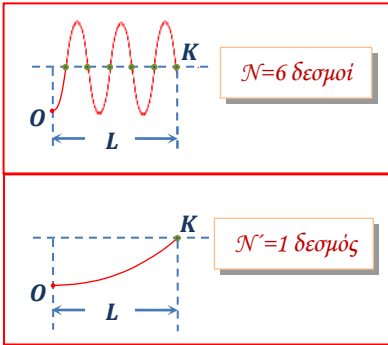
$$\Rightarrow \begin{cases} y_N = -0,2 \text{ m} \\ y_A = 0,2 \text{ m} \end{cases}. \text{ Άρα: } \Delta y = y_A - y_N \Rightarrow \Delta y = 0,4 \text{ m.}$$

$$\text{Επίσης } \Delta x = x_A - x_N \Rightarrow \Delta x = 0,2 \text{ m.}$$



$$\text{Επομένως } d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \Rightarrow d = \sqrt{0,04 + 0,16} \text{ m} \Rightarrow \\ \Rightarrow d = \sqrt{0,2} \text{ m} \Rightarrow \boxed{d = 0,45 \text{ m}}$$

Γ.4.



$$L = \frac{\lambda'}{4} \Rightarrow \lambda' = 4,4 \text{ m}$$

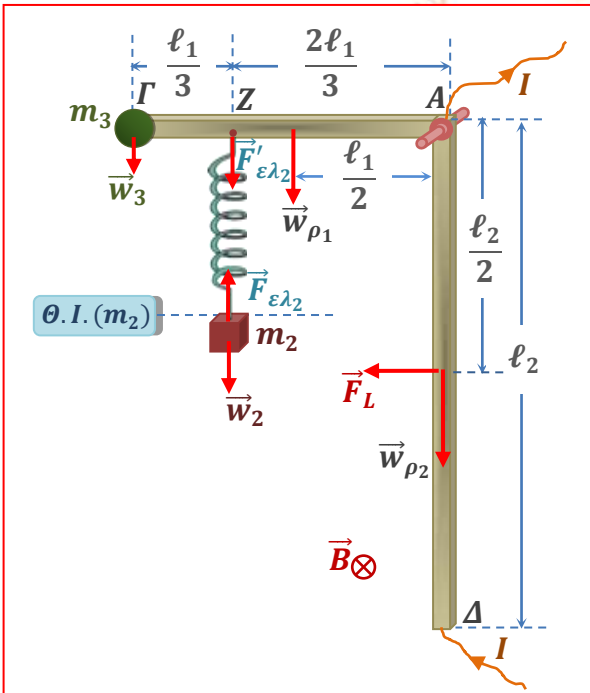
$$v_\delta = \lambda' f' \Rightarrow f' = \frac{0,8}{4,4} \text{ Hz} \Rightarrow f' = \frac{2}{11} \text{ Hz}$$

$$T' = \frac{1}{f'} \Rightarrow T' = 5,5 \text{ s}$$

$$\text{Άρα } y = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{x}{\lambda'} \cdot \eta\mu 2\pi \frac{t}{T'} \Rightarrow y = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu \left(\frac{2\pi}{4,4} x \right) \cdot \eta\mu \left(\frac{2\pi}{5,5} t \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \boxed{y = 0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu \left(\frac{5\pi}{11} x \right) \cdot \eta\mu \left(\frac{4\pi}{11} t \right)} \text{ (S.I.)}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1.



$$\Theta.1. (m_2): \Sigma F_{x_2} = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda_2} = w_2 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda_2} = 30 \text{ N}$$

$$\text{Αβαρές ελατήριο: } F'_{\varepsilon\lambda_2} = F_{\varepsilon\lambda_2} = 30 \text{ N}$$

Ισορροπία συστήματος ως προς άρθρωση Α:

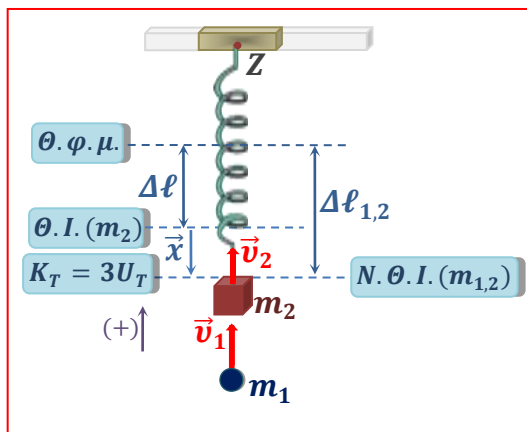
$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow \tau_{w_3(A)} + \tau_{F'_{\varepsilon\lambda_2(A)}} + \tau_{w_{\rho_1(A)}} + \tau_{F_L(A)} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_3 g \ell_1 + F'_{\varepsilon\lambda_2} \frac{2\ell_1}{3} + M_1 g \frac{\ell_1}{2} - F_L \frac{\ell_2}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ell_1 \left(m_3 g + \frac{2F'_{\varepsilon\lambda_2}}{3} + \frac{M_1 g}{2} \right) = B I \ell_2 \frac{\ell_2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2,5(5 + 20 + 25) = 25I \Rightarrow \boxed{I = 5 \text{ A}}$$

$\Delta.2.$



A.Δ.E.T. για την ταλάντωση της m_2 :

$$E_T = K_T + U_T \xrightarrow{(U_T=K_T/3)} E_T = \frac{4K_T}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2}m_2v_2^2 \xrightarrow{(D=k)} v_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{\frac{k}{m_2}} \cdot A \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{(A=s=0,2\text{ m})} v_2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{10}{\sqrt{3}} \cdot 0,2 \right) \frac{m}{s} \Rightarrow v_2 = 1 \frac{m}{s}$$

A.Δ.Ο. για πλαστική κρούση:

$$\vec{p}_{o\lambda}^{(\alpha\rho\chi)} = \vec{p}_{o\lambda}^{(\tau\varepsilon\lambda)} \Rightarrow m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) V_\kappa \Rightarrow \boxed{V_\kappa = 1 \frac{m}{s}}$$

Δ.3. Για την ταλάντωση της m_2 :

$$K_T = 3U_T \Rightarrow E_T - U_T = 3U_T \Rightarrow E_T = 4U_T \Rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = 4\frac{1}{2}Dx^2 \Rightarrow |x| = \frac{A}{2} \xrightarrow{(A=0,2\text{ m})} |x| = 0,1\text{ m}$$

$$\Theta.I.(m_2): \Sigma F_{x_2} = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda_2} = w_2 \Rightarrow k\Delta\ell = m_2g \Rightarrow \Delta\ell = 0,3 \text{ m}$$

$$\text{O.I.}(m_{1,2}): \Sigma F_{x_{1,2}} = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon_{1,2}} = w_{1,2} \Rightarrow k\Delta\ell_{1,2} = (m_1 + m_2)g \Rightarrow \Delta\ell_{1,2} = 0,4 \text{ m}$$

Επειδή ισχύει ότι: $\Delta \ell + |x| = \Delta \ell_{1,2} = 0,4 \text{ m}$, η θέση κρούσης ταυτίζεται με τη Ν.Θ.Ι. του συσσωματώματος. Επομένως, τη στιγμή $t_0 = 0$ (στιγμή κρούσης) το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τα πάνω, δηλαδή προς τα θετικά, έχοντας μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης.

$$x' = A' \eta \mu (\omega' t + \varphi_o) \xrightarrow{t_o=0} 0 = A' \eta \mu \varphi_o \Rightarrow \eta \mu \varphi_o = 0 \Rightarrow \eta \mu \varphi_o = \eta \mu 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi_o = \left\{ \begin{array}{c} 2\kappa\pi + 0 \\ 2\kappa\pi + \pi - 0 \end{array} \right\} \xrightarrow{V_\kappa > 0} \varphi_o = 0$$

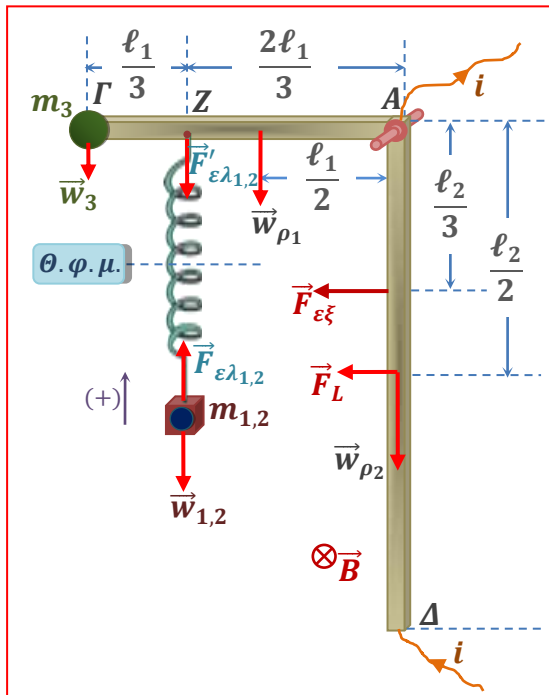
A.Δ.E.T. για την ταλάντωση του συσσωματώματος $m_{1,2}$:

$$E'_T = K'_T + U'_T \xrightarrow{(N.\theta.I.: U'_T=0)} \frac{1}{2}DA'^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_k^2 \xrightarrow{(D=k)} \\ \Rightarrow A' = \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} \cdot V_k \Rightarrow A' = \sqrt{\frac{4}{100}} \cdot 1 \text{ m} \Rightarrow A' = 0,2 \text{ m}$$

$$\text{Γωνιακή συχνότητα: } \omega' = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \Rightarrow \omega' = 5 \text{ rad/s}$$

Αρα $x' = A'\eta\mu(\omega't + \varphi_o) \Rightarrow \boxed{x' = 0, 2\eta\mu 5t \text{ (S.I.)}}$

Δ.4.



Για την ταλάντωση του συσσωματώματος $m_{1,2}$:

$$\begin{aligned}\Sigma \vec{F}_{x_{1,2}} &= -D\vec{x}' \Rightarrow \vec{F}_{\varepsilon\lambda_{1,2}} + \vec{w}_{1,2} = -k\vec{x}' \xrightarrow{(v>0: AN\Omega)} \\ \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda_{1,2}} - w_{1,2} &= -kx' \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda_{1,2}} = (m_1 + m_2)g - kx' \Rightarrow \\ \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda_{1,2}} &= 40 - 100x' \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda_{1,2}} = 40 - 20\eta\mu 5t \text{ (S.I.)}\end{aligned}$$

Αβαρές ελατήριο: $|F'_{\varepsilon\lambda_{1,2}}| = |F_{\varepsilon\lambda_{1,2}}| = 40 - 20\eta\mu 5t \text{ (S.I.)}$

Ισορροπία συστήματος ως προς άρθρωση Α:

$$\begin{aligned}\Sigma \tau_{(A)} &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \tau_{w_3(A)} + \tau_{F'_{\varepsilon\lambda_{1,2}}(A)} + \tau_{w_{\rho_1}(A)} + \tau_{F_{\varepsilon\xi}(A)} + \tau_{F_L(A)} &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow m_3 g \ell_1 + F'_{\varepsilon\lambda_{1,2}} \frac{2\ell_1}{3} + M_1 g \frac{\ell_1}{2} - F_{\varepsilon\xi} \frac{\ell_2}{3} - F_L \frac{\ell_2}{2} &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow 12,5 + (40 - 20\eta\mu 5t) \frac{5}{3} + 62,5 - (85 - 50\eta\mu 5t) \frac{5}{3} &= F_L \frac{5}{2} \Rightarrow \\ \Rightarrow F_L &= \frac{2}{5} \cdot \left(75 + \frac{200}{3} - \frac{100}{3} \eta\mu 5t - \frac{425}{3} + \frac{250}{3} \eta\mu 5t \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow F_L &= \frac{2}{5} \cdot \frac{150}{3} \eta\mu 5t \Rightarrow Bi\ell_2 = 20\eta\mu 5t \Rightarrow \boxed{i = 2\eta\mu 5t \text{ (S.I.)}}\end{aligned}$$

Δ.5.

$$\begin{aligned}P &= \frac{\bar{P}}{2} \Rightarrow v \cdot i = \frac{V_{\varepsilon v} \cdot I_{\varepsilon v}}{2} \Rightarrow V\eta\mu\omega t \cdot I\eta\mu\omega t = \frac{\frac{V}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I}{\sqrt{2}}}{2} \Rightarrow V \cdot I \cdot \eta\mu^2\omega t = \frac{V \cdot I}{4} \Rightarrow \eta\mu^2\omega t = \frac{1}{4} \Rightarrow \\ \Rightarrow \eta\mu\omega t &= \pm \frac{1}{2} \Rightarrow \eta\mu\omega t = \begin{cases} \eta\mu \frac{\pi}{6} \\ \eta\mu(-\frac{\pi}{6}) \end{cases} \Rightarrow \omega t = \begin{cases} 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \\ 2k\pi - \frac{\pi}{6} \\ 2k\pi + \frac{7\pi}{6} \end{cases} \xrightarrow{\omega=5 \text{ rad/s}} t = \begin{cases} \frac{2k\pi}{5} + \frac{\pi}{30} \\ \frac{2k\pi}{5} + \frac{5\pi}{30} \\ \frac{2k\pi}{5} - \frac{\pi}{30} \\ \frac{2k\pi}{5} + \frac{7\pi}{30} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{N})\end{aligned}$$

Για 2η φορά, η χρονική στιγμή προκύπτει από τη 2η κατά σειρά λύση για $k = 0$:

$$t = \frac{5\pi}{30} \text{ s} \Rightarrow \boxed{t = \frac{\pi}{6} \text{ s}}$$